ECOLE NORMALE SUPERIEURE PARIS SACLAY
ENSAI CIVIL
INSEE ATTACHE STATISTICIEN

CONCOURS D'ADMISSION 2024

LUNDI 15 AVRIL 2024
08h30 - 12h30

FILIERE ECONOMIE GESTION
OPTION 1 - Epreuve n° 1

ANALYSE MICROECONOMIQUE

Durée : 4 heures

L'utilisation des calculatrices n'est pas autorisée pour cette épreuve

$1^{ère}$ Partie :

Un consommateur partage son temps disponible T entre loisir t et temps de travail l ($t + l = T$). Il tire sa satisfaction de sa consommation en bien x et de son temps de loisir t. On suppose que ses préférences sont conformes aux axiomes standards (réflexivité, complétude, transitivité, continuité, non-satiété et convexité) et représentées par la fonction d'utilité $u(x, t)$. Son budget est constitué d'un revenu exogène $y > 0$ et du revenu wl acquis sur le marché du travail, où $w > 0$ représente le taux de salaire. On note $p > 0$ le prix du bien de consommation x et l'on suppose que l'individu affecte la totalité de son revenu, $y + wl$, à la consommation de x, de sorte que $px = y + wl$.

1. On suppose, dans un premier temps, que $x > 0, T > t > 0 \; et \; l > 0$.
   - 1.1. Formalisez la décision du consommateur à l'aide du problème de maximisation de l'utilité $u(x, t)$, en fonction de x et t, sous <u>une seule</u> contrainte budgétaire que vous prendrez soin de préciser.
   - 1.2. En notant $\theta \geq 0$, le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte budgétaire, écrivez et résolvez ce problème d'optimisation (dans le cas d'une solution intérieure) en répondant successivement aux points suivants :
     - 1.2.1. Est-il possible que le multiplicateur de Lagrange θ soit égal à zéro ? Si oui, dans quel cas de figure ? Si non, pourquoi ?
     - 1.2.2. Quel sens économique peut-on donner au multiplicateur θ ? Justifiez votre réponse.
     - 1.2.3. Caractérisez et interprétez économiquement l'équilibre obtenu. (*Notation suggérée pour les calculs* : $u'_x = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}; u'_t = \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}$)
   - 1.3. Représentez graphiquement l'équilibre du consommateur dans le plan (t, x)[1] et interprétez cette représentation en lien avec la question 1.2.3. (*Il conviendra de tracer la contrainte budgétaire avec soin, d'en préciser les coordonnées des points remarquables et de mettre en exergue la quantité de travail offerte par l'individu. La forme des courbes d'indifférence découle des hypothèses faites ci-dessus*)
   - 1.4. En raisonnant graphiquement, caractérisez les effets d'une augmentation du taux de salaire w. L'offre de travail l augmente-t-elle suite à cet accroissement de w ? Justifiez.
   - 1.5. L'effet d'une augmentation du revenu exogène y est-il équivalent à celui d'une augmentation du taux de salaire ? Justifiez votre réponse.

[1] Le temps de loisir t est représenté sur l'axe des abscisses tandis que la consommation l'est sur l'axe des ordonnées.

$2^{\text{ème}}$ Partie :

2. Nous supposons maintenant que $x > 0, T \geq t > 0\ et\ l \geq 0$. En particulier, il est possible que l'individu ne participe pas au marché du travail et consacre la totalité de son temps au loisir, auquel cas $l = 0$ et $t = T$.
   2.1. A cet effet, on considère que l'individu maximise sa fonction d'utilité $u(x, t)$ sous la contrainte budgétaire précédente et sous la contrainte $T \geq t$. Ecrivez le Lagrangien qui en découle en notant $\theta \geq 0$ et $\delta \geq 0$ les multiplicateurs de Lagrange respectivement associés aux contraintes budgétaire et de temps.
   2.2. Résolvez ce problème en distinguant le cas précédent (solution intérieure) du cas où $t = T$. Il s'agira de caractériser précisément sous quelles conditions l'individu ne participe pas au marché du travail ($t = T$).
   2.3. Représentez graphiquement ce dernier cas de figure.
   2.4. Partant de cette situation de non-participation au marché du travail ($t = T$), quelle politique publique permettrait d'inciter l'individu à offrir une quantité de travail positive ?

$3^{\text{ème}}$ Partie :

3. On suppose dorénavant que les préférences du consommateur sont décrites par la fonction d'utilité suivante :

$$u(x, t) = \frac{2}{3}\ln(x - \bar{x}) + \frac{1}{3}\ln(t - \bar{t})$$

Avec $\bar{x} > 0$ et $T > \bar{t} > 0$. Les autres paramètres du problème (y, p, w, T) restent inchangés et l'on se focalisera (<u>sauf en question 3.6</u>) uniquement sur des <u>solutions intérieures</u> (telles que $x > 0, T > t > 0\ et\ l > 0$).
   3.1. Quelle interprétation économique donnez-vous aux paramètres $\bar{x}$ et $\bar{t}$?
   3.2. En résolvant le problème de maximisation de l'utilité $u(x, t)$ sous contrainte budgétaire, calculez les fonctions de demande Marshalliennes ($x(p, w, wT + y)$ et $t(p, w, wT + y)$). En déduire l'offre de travail : $l(p, w, wT + y)$. (*Par la suite, il est possible d'utiliser la notation suivante : $Z = wT + y$; sans omettre que $Z = Z(w, y, T)$* lors des questions de statique comparative).
   3.3. Comment évoluent, toutes choses égales par ailleurs, les demandes en bien de consommation et en temps de loisir, ainsi que l'offre de travail lorsque $\bar{x}$ augmente ? Interprétez. Pour quelles raisons $\bar{x}$ augmenterait-il ? Est-ce réaliste ?
   3.4. Comment évoluent ces mêmes demandes (en x et t) et offre (en l) lorsque p augmente ?
   3.5. Même question suite à une augmentation du revenu exogène y.
   3.6. Pourriez-vous, en appliquant le raisonnement développé en partie 2 avec l'ajout de la contrainte $T \geq t$, identifier sous quelle condition apparaît la solution en coin $T = t, l = 0$? Pouvons-nous en retirer un enseignement de politique économique ?
   3.7. Calculez la fonction d'utilité indirecte $V(p, w, wT + y)$.

3.8. En recourant au problème de minimisation du budget requis pour atteindre un niveau d'utilité $\bar{u}$, déterminez les fonctions de demandes Hicksiennes en bien de consommation et en temps de loisir, $h_x(p, w, \bar{u})$ et $h_t(p, w, \bar{u})$. En déduire l'expression correspondante pour l'offre de travail, $h_l(p, w, \bar{u})$.

3.9. Calculer la fonction de dépense $E(p, w, \bar{u})$.

3.10. Nous nous intéressons maintenant à l'impact d'un changement du taux de salaire w sur la consommation du bien x, ainsi que sur l'offre de travail l.

3.10.1. Comment évoluent-t-elles ?

3.10.2. La relation de Slutsky permet de distinguer entre effets de substitution et de richesse. Retrouvez précisément cette relation dans les deux cas (celui du bien de consommation, puis celui de l'offre de travail).

3.10.3. Pourriez-vous quantifier, en utilisant les calculs des questions précédentes, à la fois pour x et l, les effets de substitution et de richesse consécutifs à un changement de w ? Interprétez les résultats constatés.

3.11. On étudie les conséquences d'une politique publique visant à subventionner le taux de salaire et à taxer le revenu exogène tout en maintenant identique le niveau de satisfaction du consommateur. Le nouveau taux de salaire est égal à $w' = w(1 + \tau)$ avec $\tau > 0$, tandis que le revenu exogène perçu devient $y' = y(1 - \varepsilon)$ avec $\varepsilon > 0$.

3.11.1. Une telle politique est-elle de nature à augmenter la participation au marché du travail (i.e. le nombre d'heures travaillées) ?

3.11.2. Quel est son impact sur le niveau de consommation ?

3.11.3. Cette politique est-elle budgétairement équilibrée ? Interprétez le résultat obtenu.