

Oral de mathématiques 1, section B/L

Session 2023

Rapport du jury

Guillermo Durand, Soisick Marquier

Déroulement de l'épreuve

L'oral de mathématiques 1 du concours d'entrée à l'ENSAE par la voie "Économie et sciences sociales" en khâgne B/L pour la session 2023 était composé de :

- 30 minutes de préparation sur deux exercices, le premier d'algèbre linéaire et l'autre de probabilités,
- 30 minutes de passage devant un examinateur. Le candidat présente alors le résultat de sa préparation, avec ou sans intervention de l'examinateur, puis, selon le temps restant, s'ensuit une discussion entre l'examinateur et le candidat afin d'aborder les points non traités lors de la préparation. Si la planche d'exercices est intégralement traitée avant la fin du temps, l'examinateur propose un autre exercice et/ou pose des questions de cours.

Le jury est composé des deux examinateurs, et n'attribue une note qu'après discussion du cas de chaque candidat(e) entre les deux.

Aperçu des résultats

La moyenne des notes données par le jury est d'environ 13 sur 20 avec un écart-type d'environ 4,1. 99 candidats ont été examinés. Les notes s'échelonnent de 5 à 20.

L'écart-type relativement élevé montre des disparités dans la maîtrise de l'algèbre et des probabilités chez les candidats. Le jury a remarqué certains candidats brillants maîtrisant tous les aspects du programme et parvenant à aller au bout des exercices avec une aide minimale ou absente. Par ailleurs, de rares candidats ont semblé en grande difficulté face non seulement aux exercices mais aussi à la connaissance du cours.

Néanmoins, comme le montre la moyenne des notes, le jury a fait face dans l'ensemble à des candidats tout à fait capables, investis, à même d'utiliser leur cours pour résoudre les exercices, et avec de bonnes capacités de communication, en terme d'expression orale et d'utilisation du tableau comme support. En particulier, la note maximale de 20/20 a été attribuée à plus de candidats que l'an dernier, avec des étudiants capables non seulement de terminer une planche entière quasiment seuls mais également de briller sur les questions additionnelles des examinateurs.

Remarques générales sur l'épreuve et son déroulé

Un(e) candidat(e) peut obtenir une (très) bonne note même s'il ou elle ne traite pas la totalité de sa planche d'exercices lors de l'oral. Le jury n'a d'ailleurs pas proposé ces planches dans l'optique qu'elles soient terminées en 30+30 minutes d'oral. Le jury a identifié, sur chaque planche proposée, des questions faciles, modérées, et difficiles, et a plutôt été sensible à la résolution des questions faciles voire modérées en autonomie, ainsi qu'à la réactivité des candidats aux indications sur les questions modérées et difficiles. Le

jury a également identifié différents degrés de difficulté en général entre les planches, et en a tenu compte lors de la notation. Quelle que soit la planche, le jury a eu confiance en sa capacité à cerner le niveau des candidat(e)s. De plus, dans la majorité des cas et grâce à l'organisation du concours, 6 candidats sont interrogés sur la même planche, et le jury discute des 6 candidats au moment d'attribuer les notes, ce qui permet d'harmoniser celles-ci.

Au début de l'exposé, l'examineur laisse le ou la candidat(e) exposer le résultat de sa préparation. Le ou la candidat(e) a toute liberté pour l'ordre des deux exercices dans lequel il ou elle souhaite exposer, ainsi que toute liberté pour la gestion du tableau comme support. Le jury, selon son appréciation, interrompt parfois le ou la candidat(e) afin de demander des précisions sur un raisonnement, demander les résultats de cours qui supportent ce raisonnement, ou faire remarquer que celui-ci est erroné. Dans ce dernier cas, le jury propose alors une piste pour un raisonnement alternatif, ou propose de continuer l'exposé, selon le temps restant.

Globalement, le jury a distingué les candidat(e)s en fonction des lignes directrices suivantes :

- entre 16 et 20, ont été distingués les candidats qui n'ont besoin d'aucune aide pour les questions faciles, de relativement peu pour les questions modérées et de peu pour les questions difficiles, montrant ainsi une maîtrise fine de l'ensemble du programme ;
- entre 12 et 16, ont été notés les candidats qui ont eu besoin d'une aide conséquente pour la résolution des questions de difficulté modérée (et sans avoir le temps d'aller au bout des planches) ;
- entre 9 et 12 ont été notés les candidats qui maîtrisent le cours, mais n'ont pas forcément les bons réflexes mathématiques qui leur permettent de se distinguer sur les questions les moins faciles à quelques exceptions près ;
- à 8 ou moins, on trouve des candidats qui n'ont pas su démontrer leur maîtrise du cours et ont même parfois eu du mal à le restituer.

Un conseil général pour les candidats est de prendre le temps d'écrire au tableau ce qu'ils sont en train de dire s'ils ont un doute sur leur raisonnement ou leur calcul, cela permet également à l'examineur de mieux suivre leur trame de pensée. Dans de très rares cas, il a fallu inciter un ou une candidat(e) à utiliser le tableau car il ou elle n'exposait qu'à l'oral, ce qui devient très vite impossible à suivre. Nous conseillons de bien s'attarder à préparer les deux exercices, en leur accordant un temps proportionnel à leur longueur. Le plus important conseil que le jury puisse donner aux candidats est de se rappeler que les exercices suivent une construction logique, autrement dit la plupart des résolutions des questions d'un exercice impliquent les résultats des questions précédentes. Nous avons souvent dû le rappeler à titre d'indication aux candidats bloqués. Enfin, le jury a remarqué que quelques candidats étaient très stressés sans que leur niveau soit en cause. Nous recommandons aux candidats de se faire confiance et d'avoir une attitude détendue, des qualités qui peuvent faire la différence lors d'une épreuve orale.

Avant de passer aux remarques spécifiques à l'algèbre et aux probabilités, une remarque sur le raisonnement mathématique. La notion de condition nécessaire et de condition suffisante est en général mal maîtrisée, les candidats ont souvent mal réagi à une indication comprenant la consigne de trouver une condition nécessaire sur un objet, il leur manquait le réflexe de poser l'objet en question et d'essayer ensuite d'affirmer des propriétés dessus.

Remarques spécifiques à l'algèbre

Le cours est généralement connu et bien appliqué, mais les exercices d'algèbre peuvent vite se révéler un peu plus subtils et sortir du domaine purement applicatif, demandant un effort de raisonnement dépassant la simple application du théorème du rang (par exemple).

Le jury souhaite mettre en garde les candidats contre des confusions entre objets mathématiques de différents types qui sont revenues un peu trop souvent, en particulier : entiers et espaces (dans le théorème du rang), vecteurs et espaces (pour l'espace engendré par des vecteurs), familles et espaces (pour l'espace engendré par une famille), endomorphismes et vecteurs. Des vecteurs ne sont pas supplémentaires, ils sont linéairement indépendants ou forment une famille libre. Des espaces vectoriels ne sont pas libres, ils sont en somme directe, éventuellement supplémentaires. De graves erreurs consistent en l'élévation au carré d'un vecteur de \mathbb{R}^n , ou la division par un vecteur, cette dernière erreur n'ayant pas été remarquée l'an dernier.

Lorsqu'un candidat veut utiliser qu'une racine d'un polynôme annulant un endomorphisme est une valeur propre de cet endomorphisme il doit être en mesure de le démontrer. Ce résultat n'étant pas au programme il doit faire l'objet d'une démonstration systématique. Les candidats avaient dans l'ensemble beaucoup de difficulté à le démontrer.

Certains candidats traduisent aisément que si une matrice A est diagonalisable alors cela signifie qu'il existe P inversible et D diagonale telle que $A = PDP^{-1}$ mais ne savent pourtant pas ce qu'on appelle la base de diagonalisation et son lien avec les matrices P et D .

De plus, il faut beaucoup insister auprès des candidats pour qu'ils citent le résultat comme quoi deux sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes sont en somme directe. En effet, les candidats l'utilisent implicitement pour passer de la dimension d'une somme à une somme de dimensions, mais ne s'attardent quasiment jamais sur la justification de ce qu'ils affirment.

Les candidats ont souvent une mauvaise compréhension de ce qu'est un projecteur, les résultats associés ne sont donc pas maîtrisés, en particulier le fait que $\text{Im}(p) = \text{Ker}(p - \text{Id})$ qui est très utile pour résoudre les exercices associés.

Remarques spécifiques aux probabilités

En probabilités aussi le cours est globalement connu, notamment les lois usuelles, la formule de transfert, les différentes façons de calculer variance et espérance. La linéarité de l'espérance, les propriétés de la variance sous indépendance, la formule des probabilités totales sont généralement bien cités lors de leur utilisation, ce que le jury a apprécié. Toutefois le jury a pu noter que la loi faible des grands nombres n'était pas sue correctement par les candidats.

De plus lors de la modélisation d'un énoncé certains candidats confondent $P_A(B)$ et $P(A \cap B)$ et ne le réalisent pas alors même que souvent le résultat auquel ils doivent aboutir est donné. Pire encore, parfois les candidats exposent un raisonnement qui serait correct pour calculer $P_A(B)$ et prétendent l'appliquer au calcul de $P(A \cap B)$. Enfin, parfois certains événements sont écrits par les candidats avec des "sachant que" en plein milieu, par exemple $(A|C) \cup (B|C)$.

Lors de la recherche d'une fonction de répartition, le jury a noté un effort particulier à déterminer le support de la variable aléatoire et à distinguer les cas pour trouver l'expression de la fonction de répartition.