C1791

Bqe ENS Cachan –ENSAI D2
Éco-Gestion Option 1.

- **Concours ENS Cachan - Economie Gestion option I**
- **Concours ENSAI – option économie et gestion**

Session 2017

Composition d'Analyse Economique

Durée : **4 heures**

Aucun document n'est autorisé
L'usage de toute calculatrice est interdit

Le sujet comporte 3 pages, 1 problème constitué de 2 parties.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Première Partie

Les préférences d'un consommateur sont caractérisées par la fonction d'utilité suivante :

$$U(x_1, x_2) = (x_1 - \gamma_1)^{\alpha_1}(x_2 - \gamma_2)^{\alpha_2}$$

où x_1 et x_2 représentent les consommations en biens 1 et 2 et où $\gamma_1 \geq 0, \gamma_2 \geq 0, \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$ sont des constantes. On note p_1 et p_2, les prix respectifs des biens 1 et 2 et y le revenu.

1.1. Quelle interprétation donnez-vous aux paramètres γ_1 et γ_2 ?

1.2. Représentez ces préférences dans le plan (x_1, x_2) à l'aide de courbes d'indifférence ? (*Remarque : pour cette représentation graphique et toutes les suivantes, attachez-vous juste à bien représenter la forme des phénomènes étudiés en évitant de dilapider votre temps dans des tracés exacts*)

1.3. La fonction d'utilité $W(x_1, x_2)= \ln[U(x_1, x_2)]$ représente-t-elle le même ordre de préférence ? Justifiez votre réponse.

1.4. La fonction d'utilité $X(x_1, x_2)= -\ln[U(x_1, x_2)]$ représente-t-elle le même ordre de préférence ? Justifiez votre réponse.

1.5. Même question avec $Z(x_1, x_2) = x_1x_2 + (x_1 - \gamma_1)^{\alpha_1}(x_2 - \gamma_2)^{\alpha_2}$.

1.6. L'hypothèse selon laquelle $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ vous paraît-elle justifiée ? (on prend évidemment comme référence la fonction d'utilité initiale, $U(x_1, x_2)$, pour cette question et toutes les suivantes)

1.7. Est-il possible que le niveau de consommation dans l'un des biens soit nul (i.e. $x_1 = 0$ ou $x_2 = 0$) ? Justifiez.

1.8. Est-il envisageable que le problème de ce consommateur débouche sur une solution en coin (i.e. avec $x_1 = \gamma_1$ ou $x_2 = \gamma_2$) ? Justifiez.

1.9. On note x_1^* et x_2^* les valeurs d'équilibre du consommateur.

1.9.1. Représentez l'équilibre du consommateur dans le plan (x_1, x_2).

1.9.2. On suppose que l'Etat impose l'obligation de consommer un niveau de bien 1 $X_1 > x_1^*$ (mais tel que $p_1X_1 + p_2\gamma_2 < y$). Représentez-en graphiquement les conséquences. Commentez.

1.10. On suppose par la suite que $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ *et* $y > \sum_{i=1}^{i=2} p_i\gamma_i$.

1.10.1. Calculez les fonctions de demande Marshalliennes ($x_1(p_1,p_2,y)$ et $x_2(p_1,p_2,y)$) à partir du problème de maximisation de l'utilité sous contrainte budgétaire.

1.10.2. En déduire la fonction d'utilité indirecte $V(p_1,p_2,y)$.

1.10.3. Calculez les fonctions de demande Hicksiennes ($h_1(p_1,p_2,u)$ et $h_2(p_1,p_2,u)$) à partir du problème de minimisation de la dépense de consommation sous contrainte d'utilité.

1.10.4. En déduire l'expression de la fonction de dépense $E(p_1,p_2,u)$.

1.11. Nous étudions maintenant l'impact d'une augmentation du prix p_1 sur l'équilibre du consommateur.

1.11.1. Représentez graphiquement l'impact de cette augmentation de prix en soulignant le fait que cet impact transite par deux effets que vous caractériserez.

1.11.2. L'équation de Slutsky permet de caractériser l'impact de cet accroissement du prix p_1 sur la consommation du bien x_1 et s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial x_1(p_1,p_2,y)}{\partial p_1} = \frac{\partial h_1(p_1,p_2,u)}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1,p_2,y)}{\partial y} x_1$$

Quelle interprétation économique donnez-vous à cette expression ?

Quantifiez les effets identifiés à l'aide des fonctions calculées dans la partie 1.10.

1.11.3. A votre avis, les deux biens sont-ils substituables ou complémentaires ? Justifiez.

Deuxième Partie

Dans cette partie, on s'intéresse dans un 1er temps à l'équilibre général de concurrence d'une zone économique n°1, comportant deux consommateurs dont les préférences sont décrites par la fonction d'utilité précédente lorsque $\gamma_1 = 0, \gamma_2 = 0, \alpha_1 = \frac{1}{2}, \alpha_2 = \frac{1}{2}$. On suppose que les biens sont produits par deux firmes (1 et 2) qui sont détenues à parts égales par les deux consommateurs. Toutes les grandeurs relatives à cette économie seront identifiées à l'aide d'un exposant égal à 1.

Les deux firmes produisent respectivement le bien 1 et le bien 2, au moyen d'une ressource initiale x_3 détenue par les 2 consommateurs. On suppose que chaque consommateur détient 100 unités du bien x_3 (ce que l'on dénote de la façon suivante : $\omega_{31}^1 = \omega_{32}^1 = 100$). Les fonctions de productions des firmes 1 et 2 sont les suivantes :

$$Y_1^1 = (x_{31}^1)^{\frac{1}{2}} \text{ et } Y_2^1 = 2x_{32}^1$$

2.1. Calculez l'équilibre général de cette économie simplifiée. Il conviendra :

- 2.1.1. D'identifier les fonctions de demande marshalliennes des consommateurs (notées x_{11}^1, x_{21}^1 pour le 1er consommateur et x_{12}^1, x_{22}^1 pour le 2nd consommateur) ;
- 2.1.2. De déterminer (ou caractériser) les fonctions d'offre (Y_1^1 et Y_2^1), de demande en facteur de production des firmes (x_{31}^1 et x_{32}^1), et de profit pour ces mêmes firmes ($\pi_1^1 \; et \; \pi_2^1$) ;
- 2.1.3. D'en déduire les prix d'équilibre en prenant le bien 1 comme numéraire (p_1=1) ; ainsi que toutes les grandeurs à l'équilibre (les prix des biens 2 et 3 seront notés $p_2^1 \; et \; p_3^1$).

2.2. On s'intéresse maintenant à l'équilibre général de concurrence d'une seconde zone économique, vivant également en autarcie. Les grandeurs relatives à cette zone sont toutes identifiées à l'aide de l'exposant 2.

Cette 2nde zone comporte également deux consommateurs aux préférences identiques à ceux de la 1ère zone. Ces deux consommateurs (dénotés 1 et 2 mais identifiés au moyen de l'exposant 2) ont des dotations doubles de celles des consommateurs de la zone 1, soit : $\omega_{31}^2 = \omega_{32}^2 = 200$. La zone 2 comporte deux firmes détenues à parts égales par les deux consommateurs de la zone. Les fonctions de production des firmes 1 et 2 de la zone 2 sont les suivantes :

$$Y_1^2 = x_{31}^2 \text{ et } Y_2^2 = 2(x_{32}^2)^{\frac{1}{2}}$$

2.3. Comme précédemment, il s'agira, dans un 1er temps, de calculer l'équilibre général de cette zone. Il conviendra :

2.3.1. D'identifier les fonctions de demande marshalliennes des consommateurs (notées x_{11}^2, x_{21}^2 pour le 1er consommateur et x_{12}^2, x_{22}^2 pour le 2nd consommateur) ;

2.3.2. De déterminer (ou caractériser) les fonctions d'offre (Y_1^2 et Y_2^2), de demande en facteur de production des firmes (x_{31}^2 et x_{32}^2), et de profit pour ces mêmes firmes ($\pi_1^2\ et\ \pi_2^2$) ;

2.3.3. D'en déduire les prix d'équilibre en prenant le bien 1 comme numéraire (p_1=1) ; ainsi que toutes les grandeurs à l'équilibre (les prix des biens 2 et 3 seront notés $p_2^2\ et\ p_3^2$).

2.4. On suppose maintenant que le libre-échange s'instaure entre les deux zones (on suppose que les coûts de transport sont négligeables). Il vous est demandé de mobiliser vos connaissances en théorie économique afin de comprendre le fonctionnement de cette économie à 4 consommateurs, 4 entreprises et 2 zones, et d'en caractériser l'équilibre concurrentiel.

2.4.1. Comme précédemment, il s'agira de calculer toutes les grandeurs à l'équilibre. Il importera de bien justifier les étapes de votre raisonnement.

2.4.2. Y a-t-il des gains de bien-être liés à l'échange ? A démontrer le cas échéant.