Concours $\mathbf{1^{ere}}$ **année**
Economie et Gestion
Session 2018

Mathématiques et Statistiques
Rapport du Jury

Sur 400 candidat·es, 371 ont composé. Les notes s'échelonnent de 0 à 18,6. La moyenne générale est de 6,8 et l'écart type de 3,8. L'épreuve était constituée de quatre problèmes de difficulté comparable, abordant l'analyse, l'algèbre linéaire, les probabilités et les statistiques. Beaucoup de candidat·es ne sont prêt·es sur aucun de ses sujets. Les bonnes copies ont abordé tous les problèmes et traité au moins deux d'entre eux de façon approfondie.

Problème 1

Il s'agissait d'une étude de fonction incluant une valeur absolue :

$$f(x) = \frac{\big(x^2 - 1\big)\ln\Big(1 + a|x|\Big)}{1 + |x|}.$$

Après avoir étudié le comportement en 0, on demandait une étude sur $\mathbb{R}^+$ que l'on pouvait étendre par parité à $\mathbb{R}$.

2) Peu de candidat·es trouvent que les dérivées différent (a et $-a$) et donc qu'il y a un point anguleux.
4) Trop de candidat·es ne font mention que de produit de fonctions C^2 et omettent l'intervention de la fonction $\frac{1}{x}$ qui n'est C^2 qu'une fois qu'on a vérifié que le dénominateur ne s'annule pas. Mais en réalité, on pouvait simplifier la fonction sur $\mathbb{R}^+$ en $f(x) = (1 - x)\ln(1 + ax)$
5) Les quelques candidat·es ayant traité cette question l'on plutôt bien fait. Il fallait utiliser la parité de f.

Problème 2

Cet exercice de probabilité avait pour principale difficulté la compréhension de l'énoncé et sa traduction sous forme analytique.

3) Pour $x \in [0; a]$, on a
$$F_Y(x) = (1 - p)\frac{x}{a} + p(1 - e^{-x/m})$$

4) Pour $x > a$, F_Y se simplifie en

$$F_Y(x) = p(1 - e^{-x/m})$$

5) On en déduit la densité :

$$f_y(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \frac{1-p}{a} + \frac{p}{m}e^{-x/m} & \text{si } 0 \leq x \leq a \\ \frac{p}{m}e^{-x/m} & \text{si } a < x \end{cases}$$

Problème 3

Le problème 3 portait sur les matrices semi-magiques, en dimensions 2 et 3 suivant les questions.

1a) La plupart des candidat·es ont su montrer que J était semi-magique mais beaucoup en ont conclu que toutes les matrices semi-magiques étaient proportionnelles à J. De nombreu·ses candidat·es ont su proposer une matrice non semi-magique.

1b-d) Comme pour la dérivation dans le problème 1, trop de candidat·es partent directement dans de lourds calculs souvent vains. Dès qu'on avait compris que multiplier par J à droite calcule les sommes en ligne et à gauche les sommes en colonne, on pouvait conclure les question 1b et 1c. Pour l'inverse, il fallait utiliser 1c et vérifier que si M est inversible, a est non nul.

2) Cette question demandait un peu d'adaptation puisque les éléments de l'espace vectoriel sont des matrices. La base est donc une base de matrice, et la matrice représentative de f n'est pas une matrice d'endomorphisme. Certain·es candidat·es ont habilement utilisé les questions 1b et 1c pour montrer qu'on avait à faire à un espace vectoriel.

Problème 4

Le dernier problème visait à définir plusieurs estimateurs et à les comparer.

1) Une probabilité doit être entre 0 et 1 et la probabilité totale vaut 1 ce qui entraine $c = 2 - b$.

2) Les deux premières questions ont été bien traitées, pour la troisième, il fallait bien concevoir qu'une suite peut n'être ni croissante, ni décroissante, ni constante.

3-4) Ces questions ont été assez bien traitées. De nombreux candidat·es ont su construire des estimateurs à partir des calculs d'espérance proposés.

5) Les rares copies traitant réellement cette question la traite souvent bien et parviennent à comparer les variances des trois estimateurs suivant les valeurs de b.