**C1991**

**Concours d'admission en 1$^{ère}$ année**

**Filière D2 – Option I : Option économique et de gestion**

**Banque d'épreuves :**

- **Concours ENS Paris-Saclay - Economie Gestion option I**
- **Concours ENSAI – option économie et gestion**

**Session 2019**

# Composition d'Analyse économique générale

Durée : **4 heures**

*Aucun document n'est autorisé.*

*L'usage de toute calculatrice est interdit.*

**Le sujet comporte 1 problème constitué de 3 parties.**

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

## Première Partie

I. Les préférences d'un consommateur sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$U(x, y) = 2 \ln x + 5 \ln y$$

où x et y représentent les niveaux de consommations en biens x et y. On suppose que x>0, y>0 ; $p_x$ et $p_y$ correspondent aux prix respectifs des biens x et y, tandis que le revenu du consommateur est noté R>0.

I.1. Selon vous, la fonction d'utilité W(x, y) = ln[U(x, y)] représente-t-elle le même ordre de préférence ? Justifiez votre réponse.

I.2. De même, pensez-vous que la fonction d'utilité $V(x, y) = (x)^6(y)^{15}$ représente les mêmes préférences ? Pourquoi ?

I.3. On note x* et y* les valeurs d'équilibre du consommateur. Représentez graphiquement l'équilibre du consommateur dans le plan (x, y).

I.4. Calculez les fonctions de demande Marshalliennes ($x(p_x,p_y,R)$ et $y(p_x,p_y,R)$) à partir du problème de maximisation de l'utilité sous contrainte budgétaire.

I.5. Calculez la fonction d'utilité indirecte $V(p_x,p_y,R)$.

I.6. Déterminez les fonctions de demande Hicksiennes ($h_x(p_x,p_y,u)$ et $h_y(p_x,p_y,u)$) à partir du problème de minimisation de la dépense de consommation sous contrainte d'utilité.

I.7. En déduire l'expression de la fonction de dépense $E(p_x,p_y,u)$.

I.8. Nous étudions maintenant l'impact d'une augmentation du seul prix $p_x$ sur l'équilibre du consommateur.

I.8.1. Représentez graphiquement l'impact de cette augmentation de prix en soulignant le fait que cet impact transite par deux effets que vous caractériserez. *(Attention à bien effectuer cette représentation en lien avec le contexte spécifique de l'énoncé)*

I.8.2. Les équations de Slutsky permettent de caractériser l'impact de cet accroissement du prix $p_x$ sur les consommations des biens x et y et s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial x(p_x, p_y, R)}{\partial p_x} = \frac{\partial h_x(p_x, p_y, u)}{\partial p_x} - \frac{\partial x(p_x, p_y, R)}{\partial R} x$$

$$\frac{\partial y(p_x, p_y, R)}{\partial p_x} = \frac{\partial h_y(p_x, p_y, u)}{\partial p_x} - \frac{\partial y(p_x, p_y, R)}{\partial R} x$$

Quelle interprétation économique donnez-vous à ces expressions ?

Quantifiez les effets identifiés à l'aide des fonctions précédemment calculées.

I.8.3. A votre avis, les deux biens sont-ils substituables ou complémentaires ? Justifiez très précisément.

## Deuxième Partie

II. On demeure dans le même contexte à deux biens mais on s'intéresse maintenant au cas d'un consommateur dont les préférences sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

Z(x, y) = *Min*{2x, 5y}

II.1. On note x* et y* les valeurs d'équilibre du consommateur. Caractérisez et représentez graphiquement l'équilibre du consommateur dans le plan (x, y).

II.2. Pensez-vous qu'il soit possible de calculer les fonctions de demande Marshalliennes ($x(p_x,p_y,R)$ et $y(p_x,p_y,R)$) et Hicksiennes ($h_x(p_x,p_y,u)$ et $h_y(p_x,p_y,u)$) comme précédemment ? Justifiez et calculez-les, le cas échéant.

II.3. Comment caractérisez-vous l'impact d'un accroissement du prix $p_x$ sur les consommations des biens x et y ? Procédez graphiquement et algébriquement.

## Troisième Partie

III. Dans cette partie, on s'intéresse à l'équilibre général de concurrence d'une économie comportant N consommateurs identiques dont les préférences sont décrites, pour chaque consommateur i, par la fonction d'utilité $U_i(x_i, y_i) = 2\ln x_i + 5\ln y_i$. Comme précédemment, $x_i$(>0) et $y_i$(>0) représentent les niveaux de consommations en biens x et y ; $p_x$ et $p_y$ correspondent aux prix respectifs des biens x et y, tandis que le revenu d'un consommateur i est noté $R_i$.
On suppose que le bien y est produit, à partir du bien x, par une firme détenue à parts égales par les N consommateurs (N≥2). Chaque consommateur détient 14 unités de bien x : $\omega_i = 14$.
On note Y la production de bien y, offerte par la firme conformément à la fonction de production suivante : $Y = \sqrt{X}$, où X représente la quantité d'input X utilisée dans le processus de production.

III.1. Il conviendra, dans un premier temps, de calculer l'équilibre général de cette économie simplifiée. Pour la résolution de cette question, il conviendra de déterminer les fonctions de demande marshalliennes des consommateurs ($x_i(p_x,p_y,R_i)$ et $y_i(p_x,p_y,R_i)$) ; la fonction d'offre de la firme $Y(p_x,p_y)$, sa fonction de demande en facteur de production $X(p_x,p_y)$, ainsi que sa fonction de profit $\pi(p_x,p_y)$ ; et finalement, en développant $R_i$, d'en déduire les grandeurs d'équilibre en prenant le bien x comme numéraire ($p_x$=1).

III.1.1. Identifiez toutes les quantités d'équilibre, le cas échéant en fonction du nombre N de consommateurs.

III.1.2. Comment évolue cette solution d'équilibre lorsque N augmente ?

III.1.3. Pouvez-vous trouver une explication à cette évolution ?

III.2. On suppose maintenant que le bien y est un bien collectif. Par conséquent, la fonction d'utilité de chaque consommateur s'écrit désormais : $U_i(x_i, \bar{y}) = 2\ln x_i + 5\ln \bar{y}$, où $\bar{y}$ représente la quantité de bien collectif disponible dans l'économie. Pour financer ce bien collectif, l'Etat fait appel à des contributions volontaires des citoyens. Chaque citoyen j choisit de dédier un montant $\bar{x}_j$ de bien x à la production du bien collectif. Sa dotation initiale, $\omega_j = 14$, se partage entre consommation $x_j$ et contribution $\bar{x}_j$. Par conséquent, la quantité de bien collectif produite, en conservant la même technologie de production que précédemment, est donnée par : $\bar{y} = \sqrt{\sum_{j=1}^{N} \bar{x}_j}$.

III.2.1. Déterminez l'équilibre de cette économie. Pour cela, il s'agira de calculer le niveau de contribution d'équilibre pour chaque citoyen, ainsi que ses niveaux de consommation en biens x et en bien collectif $\bar{y}$. *(Aide : à l'équilibre, chaque citoyen choisira la même contribution à la production du bien collectif)*

III.2.2. Pensez-vous que l'équilibre avec contributions volontaires corresponde à une situation optimale au sens de Pareto ? Justifiez précisément.

III.2.3. Comment évolue cet équilibre lorsque N augmente ?

III.3. Le gouvernement cherche à caractériser l'optimum social de cette économie avec bien collectif en prenant pour critère la somme des utilités des N consommateurs. Ainsi, il maximise cette somme en fonction des consommations $x_i$ de chaque citoyen, en fonction de $\bar{y}$ et de X, sachant que $\bar{y} = \sqrt{X}$ et que la somme des N dotations individuelles en bien x ($\omega_i = 14$) doit être égale à la somme de X et des N consommations individuelles $x_i$.

III.3.1. Déterminez les niveaux optimaux de consommation $x_i^*$ et $\bar{y}^*$, ainsi que l'investissement optimal $X^*$ dans la production du bien collectif.

III.3.2. Comment évolue l'écart entre $\bar{y}$ (niveau de bien collectif obtenu à la question III.2.1.) et $\bar{y}^*$ lorsque N augmente ? Concluez.