ECOLE NORMALE SUPERIEURE PARIS SACLAY
ENSAI CIVIL
INSEE ATTACHE STATISTICIEN

CONCOURS D’ADMISSION 2023

LUNDI 17 AVRIL 2023
08h30 - 12h30

FILIERE ECONOMIE GESTION
OPTION 1

ANALYSE MICROECONOMIQUE

Durée : 4 heures

L’utilisation des calculatrices n’est pas autorisée pour cette épreuve

1ère Partie :

On étudie le comportement d'un consommateur dont les préférences sont décrites par la fonction d'utilité suivante :

$$U(x_1, x_2) = (x_1)^2(x_2)^3$$

Où x_1 et x_2 représentent les niveaux de consommation en biens 1 et 2. On suppose que le revenu du consommateur, R, est strictement positif et que les prix des biens 1 et 2, également strictement positifs, s'écrivent respectivement p_1 et p_2.

1.1. Une solution telle que $x_1 = 0$ ou $x_2 = 0$ est-elle possible ? Justifiez précisément.

1.2. Le consommateur utilise-t-il la totalité de son revenu R ? Justifiez votre réponse.

1.3. Pensez-vous que la fonction d'utilité $Z(x_1, x_2) = (x_1)^2 + (x_2)^3$ représente les mêmes préférences que la fonction $U(x_1, x_2)$? Pourquoi ?

1.4. Les propriétés de la fonction d'utilité $U(x_1, x_2) = (x_1)^2(x_2)^3$ vous paraissent-elles compatibles avec l'obtention d'un maximum lors de la résolution du problème du consommateur ? De nouveau, justifiez votre réponse.

1.5. Calculez les fonctions de demande Marshalliennes ($x_1(p_1, p_2, R)$ et $x_2(p_1, p_2, R)$) en résolvant le problème de maximisation de l'utilité $U(x_1, x_2)$ sous contrainte budgétaire.

1.6. En déduire la fonction d'utilité indirecte $V(p_1, p_2, R)$.

1.7. Partant de l'expression de cette fonction d'utilité indirecte, calculez l'expression de la fonction de dépense $E(p_1, p_2, u)$, où u représente le niveau d'utilité maximum accessible aux prix p_1, p_2.

1.8. A partir de l'expression de $E(p_1, p_2, u)$, en prenant soin d'expliciter la propriété que vous utilisez, calculez les fonctions de demande Hicksiennes ($h_1(p_1, p_2, R)$ et $h_2(p_1, p_2, R)$).

1.9. On note x_1^* et x_2^* les valeurs d'équilibre du consommateur. Pour simplifier et éviter trop de calculs, <u>*vous vous appuierez, dans les représentations graphiques qui vous sont demandées, sur une fonction d'utilité $U(x_1, x_2)$ générique*</u>. Par contre, <u>*les interprétations analytiques requerront de vous fonder sur l'exacte expression de la fonction d'utilité $U(x_1, x_2)$*</u>.

1.9.1. Représentez graphiquement, <u>selon deux approches successivement</u>, l'équilibre du consommateur dans le plan (x_1, x_2).

1.9.2. En vous fondant sur l'approche de maximisation de l'utilité sous contrainte budgétaire, représentez le nouvel équilibre obtenu lorsque le prix du bien 2 (p_2) est divisé par 2. Caractérisez <u>graphiquement</u>, et interprétez <u>analytiquement</u>, les deux effets consécutifs à cette variation du prix. [1]

1.9.3. En prenant pour référence la situation de la question 1.9.1, représentez le nouvel équilibre du consommateur lorsque les prix des deux biens sont simultanément divisés par 2. Caractérisez, <u>graphiquement</u> et <u>analytiquement</u> les différents effets consécutifs à ces deux variations de prix.

---

[1] Pour rappel, l'équation de Slutsky permet de caractériser l'impact d'une variation d'un prix p_i sur la consommation d'un bien x_j :

$$\frac{\partial x_j(p_1, p_2, R)}{\partial p_i} = \frac{\partial h_j(p_1, p_2, u)}{\partial p_i} - \frac{\partial x_j(p_1, p_2, R)}{\partial R} x_i$$

2ème Partie :

Nous nous intéressons maintenant au comportement d'un individu dont les préférences sont caractérisées par la fonction d'utilité suivante :

$$W(x_1, x_2) = (x_1)^2 + x_2$$

Comme précédemment, on suppose que le revenu du consommateur, R, est strictement positif et que les prix p_1 et p_2 le sont également.

2.1. Que pensez-vous des propriétés de la fonction d'utilité $W(x_1, x_2)$?

2.2. Quelles sont les caractéristiques des courbes d'indifférence dans le plan (x_1, x_2) ? (*une représentation graphique dans le plan (x_1, x_2) est fortement recommandée*)

2.3. Représentez graphiquement l'équilibre du consommateur en distinguant, le cas échéant, les différents cas de figure susceptibles de se présenter.

2.4. Caractérisez les fonctions de demande marshalliennes ($x_1(p_1, p_2, R)$ et $x_2(p_1, p_2, R)$) en identifiant, le cas échéant, les différents cas de figure susceptibles de se présenter.

2.5. Dans ce contexte, si cela vous semble possible, comment caractérisez-vous la fonction d'utilité indirecte, notée $I(p_1, p_2, R)$?

2.6. Même question pour la fonction de dépense, notée $D(p_1, p_2, u)$.

2.7. L'Etat envisage une taxation du bien x_1 au taux $t \geq 0$.

2.7.1. L'introduction de cette taxe génère une augmentation du prix (le prix du bien 1 est égal à $p_1(1+t)$). A quels types d'effets doit-on s'attendre afin de décrire la réaction du consommateur ? Est-il pertinent de considérer deux effets, un effet de substitution et un effet de revenu, comme cela est généralement le cas ? Justifiez votre réponse.

2.7.2. En supposant que cet individu consomme, au départ, une quantité strictement positive de ce bien, comment évoluent les recettes fiscales lorsque t augmente ? (*il peut être utile de s'appuyer sur une représentation graphique de l'équilibre du consommateur pour bien comprendre les enjeux d'une telle taxation*)

2.7.3. Compte tenu des préférences de ce consommateur, pourriez-vous caractériser, du point de vue de l'Etat, la meilleure stratégie fiscale ?

2.7.4. On suppose maintenant que la fonction d'utilité s'écrit : $W(x_1, x_2) = (x_1)^2 + \theta x_2$, où $\theta \geq 1$.

2.7.4.1. Comment évoluent les recettes fiscales de l'Etat lorsque θ augmente ?

2.7.4.2. Que devient la meilleure stratégie fiscale de l'Etat lorsque θ augmente ?

$3^{\text{ème}}$ Partie :

On considère désormais une économie composée de 100 consommateurs dont les préférences sont décrites par la fonction d'utilité étudiée en $1^{\text{ère}}$ partie : $U(x_1, x_2) = (x_1)^2(x_2)^3$.

Le bien 1 est produit à partir du bien 2, par une firme qui se comporte de façon concurrentielle, selon une technologie décrite par la fonction d'utilité suivante : $Y_1 = 10(X_2^F)^{\frac{1}{2}}$, où X_2^F représente la demande en facteur de production de la firme.

Chaque consommateur détient la même part de propriété de la firme et dispose d'une dotation initiale en bien 2 égale à $\omega_2 = 16$.

Il s'agira de déterminer l'équilibre concurrentiel de cette économie.

3.1. Calculez, en fonction des prix p_1 et p_2, la fonction $X_2^F(p_1, p_2)$ de demande en facteur de production de la firme.

3.2. En déduire l'expression de la fonction d'offre de cette même firme : $Y_1(p_1, p_2)$.

3.3. Puis celle de la fonction de profit : $\pi(p_1, p_2)$.

3.4. En tenant compte du fait que chaque consommateur maximise son utilité sous sa contrainte budgétaire, exprimez, en fonction des prix p_1 et p_2, les fonctions de demandes en biens x_1 et x_2 de chaque consommateur.

3.5. En prenant le bien 2 comme numéraire ($p_2^* = 1$), et en prenant soin d'exprimer les équations d'équilibre sur les marchés des deux biens, déterminez le prix d'équilibre p_1^*.

3.6. En déduire les valeurs d'équilibre pour les consommations individuelles x_1^* et x_2^*, pour Y_1^* la quantité de bien 1 offerte, X_2^{F*} la demande en facteur de production de la firme, ainsi que pour le profit π^*.

3.7. La solution d'équilibre atteinte correspond-elle à un optimum de Pareto ? Justifiez précisément.

3.8. L'Etat décide de planifier l'économie en fixant autoritairement les niveaux de consommation, et la part des ressources en bien 2, consacrée à la production du bien 1, tout en privilégiant une solution égalitaire (mêmes niveaux de consommation pour tous les citoyens). Pour prendre ses décisions, l'Etat maximise la somme des utilités des 100 consommateurs, tout en tenant compte de la technologie disponible (représentée par la fonction $Y_1 = 10(X_2^F)^{\frac{1}{2}}$) et des ressources disponibles en bien 2 (1600 unités).

3.8.1. Ecrivez le programme d'optimisation qui en résulte.

3.8.2. Résolvez ce programme.

3.8.3. Comparez l'allocation de ressources qui en résulte à l'équilibre concurrentiel précédemment obtenu. Le résultat était-il prévisible ? Pourquoi ?

3.9. On suppose maintenant que les préférences de chaque consommateur sont données par la fonction d'utilité de la $2^{\text{ème}}$ partie : $W(x_1, x_2) = (x_1)^2 + x_2$. Tous les autres paramètres du problème demeurent identiques. Existe-t-il un équilibre concurrentiel pour cette économie ? Justifiez et argumentez précisément.