

**ECOLE NORMALE SUPERIEURE PARIS SACLAY
ENSAI CIVIL
INSEE ATTACHE STATISTICIEN
CONCOURS D'ADMISSION 2026**

**LUNDI 13 AVRIL 2026
08h30 - 12h30
FILIERE ECONOMIE GESTION
OPTION 1 - Epreuve n° 1
ANALYSE MICROECONOMIQUE**

***Durée : 4 heures
L'utilisation des calculatrices n'est pas
autorisée pour cette épreuve***

Première partie

On étudie l'équilibre d'un marché comportant deux firmes – notées $i=1, 2$ – qui produisent un bien homogène. Pour ce marché, la fonction de demande inverse est donnée par :

$$p(Q) = a - bQ, \text{ avec } a > 0, b > 0, Q = q_1 + q_2$$

Chaque firme i produit une quantité $q_i \geq 0$ et supporte un coût de production $C_i(q_i) = cq_i$, où $0 < c < a$.

- 1.1. En préalable à l'étude de l'équilibre de ce marché, il conviendra d'appréhender l'élasticité-prix de la demande en répondant aux points suivants.
 - 1.1.1. Retrouvez la fonction de demande directe $Q(p)$.
 - 1.1.2. En déduire l'élasticité-prix de la demande.
 - 1.1.3. Interprétez ce résultat. Notamment, comment évolue cette élasticité-prix le long de la courbe demande ?
- 1.2. Comment définissez-vous le surplus des consommateurs sur ce marché ?
 - 1.2.1. Donnez l'expression de ce surplus S en fonction de Q .
 - 1.2.2. Comment évolue ce surplus lorsque le prix du bien diminue ?
- 1.3. En supposant que le fonctionnement de ce marché s'inscrive dans le cadre du duopole de Cournot, pour lequel les firmes choisissent simultanément leurs quantités q_1^C et q_2^C , il vous est demandé de répondre aux points suivants.
 - 1.3.1. Formulez le problème de maximisation du profit de chaque firme $i = 1, 2$.
 - 1.3.2. En déduire l'expression des fonctions de réaction $q_i^C(q_j^C)$, où $i, j = 1, 2 ; i \neq j$.
 - 1.3.3. Caractérisez l'équilibre de Cournot (quantités q_i^C , Q^C , prix p^C et profits π_i^C).
 - 1.3.4. S'agit-il d'un équilibre de Nash ? Justifiez votre réponse en vous référant à la définition du concept de Nash.
 - 1.3.5. On vous demande maintenant de comparer cet équilibre aux cas du monopole (M) et de la concurrence parfaite (CP).
 - 1.3.5.1. Déterminez la quantité (q^M), le prix d'équilibre (p^M) et le profit (π^M) en situation de monopole.
 - 1.3.5.2. Même question dans le cas de la concurrence parfaite (quantités q_i^{CP} , Q^{CP} , prix p^{CP} et profits π_i^{CP}).
 - 1.3.5.3. Comparez les trois situations de marché (Concurrence, Monopole, Cournot) en vous référant aux quantités, prix, profits, surplus des consommateurs (notés respectivement S^{CP} , S^M , S^C) et surplus totaux (resp. ST^{CP} , ST^M , ST^C). Interprétez vos résultats.
- 1.4. Dans le cas du duopole de Bertrand, les firmes se concurrencent par les prix en choisissent simultanément leurs prix p_1^B et p_2^B : toute la demande des consommateurs $Q(p)$ s'adresse à la firme proposant le prix le plus bas et, en cas d'égalité des deux prix annoncés, chaque firme obtient 50% de la demande $Q(p)$. Rappelons que les coûts marginaux des deux firmes demeurent identiques et égaux à c , qu'elles offrent des biens homogènes et qu'elles ne rencontrent aucune contrainte de capacité.

- 1.4.1. Caractérissez la demande $D_i(p_i^B, p_j^B)$ adressée à chaque firme i en fonction des prix (p_i^B et p_j^B) choisis simultanément par les deux firmes, en distinguant les trois cas de figure (selon que $p_i^B < p_j^B$, $p_i^B = p_j^B$, $p_i^B > p_j^B$).
- 1.4.2. Déterminez l'équilibre de concurrence par les prix qui en résulte.
- 1.4.3. Comparez les prix, les quantités offertes et les profits à ceux obtenus dans le cas de la solution de Cournot. Idem pour le surplus des consommateurs S^B .
- 1.4.4. Selon vous, pourquoi ce résultat de marché est-il souvent qualifié de « paradoxe de Bertrand » ?
- 1.5. Revenant à un contexte de concurrence en quantités, notre attention se porte sur le cas du duopole de Stackelberg. On supposera que la firme 1 (leader) choisit sa quantité q_1^S en premier et que la firme 2 (suiveur) choisit sa production q_2^S en second, après avoir observé q_1^S .
 - 1.5.1. Calculez la fonction de réaction $q_2^S(q_1^S)$ de la firme 2.
 - 1.5.2. En déduire les quantités optimales d'équilibre (q_1^S, q_2^S, Q^S), ainsi que le prix p^S .
 - 1.5.3. Comparez les profits du leader (π_1^S) et du suiveur (π_2^S) entre eux, ainsi qu'à ceux relatifs à l'équilibre de Cournot.
 - 1.5.4. Calculez le surplus du consommateur S^S , ainsi que le surplus total ST^S . Que concluez-vous ?
 - 1.5.5. Interprétez économiquement les conséquences du leadership sur le marché.
- 1.6. Pour appréhender le pouvoir de marché d'une firme, on utilise l'indice de Lerner, $L = \frac{p-c}{p}$, où p et c correspondent respectivement au prix et au coût marginal.
 - 1.6.1. Comment interprétez-vous ce concept de pouvoir de marché ?
 - 1.6.2. Démontrez, pour une firme qui fixe son prix, que la marge relative $\frac{p-c}{p}$ est liée à l'élasticité-prix de la demande. (*Aide : supposez que $\pi(p) = (p - c)Q(p)$ et exploitez la condition du 1^{er} ordre afin d'établir le lien avec l'élasticité-prix*).
 - 1.6.3. Interprétez d'un point de vue économique la relation obtenue.
 - 1.6.4. Pourriez-vous hiérarchiser les différentes situations de marché précédentes en fonction de cet indice ? (Notations suggérées : $L^{CP}, L^B, L^C, L^M, L^S$)
- 1.7. En vous appuyant sur l'ensemble des résultats précédents, étudiez les liens entre structure de marché, pouvoir de marché et surplus des consommateurs. (*Remarque : question de synthèse ; aucun calcul supplémentaire n'est requis*)

Deuxième partie

Dans cette partie, nous conservons le cadre de la première partie et supposons qu'il s'instaure une concurrence à la Cournot. Rappelons que la fonction de demande inverse est donnée par $p(Q) = a - bQ$, avec $a > 0$, $b > 0$, $Q = \sum q_i$; les firmes 1 et 2 font face à un coût marginal constant c . Cependant, une troisième firme – la firme 3 – est susceptible d'entrer sur le marché. (*Remarque : dans cette partie, on pourra revenir à des notations génériques sans exposant telles que q_i , p , π_i , Q ; l'exposant C fera référence à l'équilibre de Cournot à deux firmes précédemment identifié*)

- 2.1. La firme 3, le cas échéant, choisit une quantité $q_3 \geq 0$ et fait face à un coût marginal constant c_3 , avec $0 < c_3 < a$. De surcroît, l'entrée sur le marché requiert des investissements initiaux que l'on peut caractériser via le paiement d'un coût fixe d'entrée $F \geq 0$. Si la firme 3 entre sur le marché, une concurrence (à la Cournot) par les quantités s'instaure, sur la base de la même demande. Par conséquent, $C_i(q_i) = cq_i$; $i = 1, 2$ et $C_3(q_3) = c_3q_3 + F$.
 - 2.1.1. Dans un premier temps, le coût d'entrée F sera considéré comme négligeable ($F=0$). En supposant que la firme 3 soit entrée, déterminez l'équilibre de Cournot à trois firmes (quantités produites (q_i), offre totale ($Q = q_1 + q_2 + q_3$), prix (p) et profits (π_i)).
 - 2.1.2. Sous quelle condition sur le coût marginal c_3 la firme 3 produit-elle une quantité strictement positive à l'équilibre ?
- 2.2. On vous demande maintenant de comparer l'équilibre à trois firmes à l'équilibre à deux firmes, analysé en première partie (sous l'hypothèse que la condition du 2.1.2 est respectée).
 - 2.2.1. Comment varient la quantité totale produite, le prix, ainsi que les profits des firmes ? (*Remarque : raisonner sur la base de rapports ou de différences de valeurs à comparer*)
 - 2.2.2. La firme 3 n'entre sur le marché que si son profit net est non négatif. Établissez l'expression du profit de la firme 3 à l'équilibre de Cournot à trois firmes en tenant compte du coût fixe d'entrée ($F \geq 0$). En déduire une condition sur le coût fixe F garantissant l'entrée en fonction d'un seuil critique F^* que vous identifierez.
 - 2.2.3. Quelles sont les conséquences de l'entrée de la firme 3 sur le surplus des consommateurs (S) ? Interprétez économiquement.
- 2.3. On suppose maintenant que les firmes 1 et 2 peuvent s'engager, avant la décision d'entrée de la firme 3, à produire des quantités $\hat{q}_1$ et $\hat{q}_2$. Pour ce faire, on suppose qu'elles disposent déjà des capacités de production requises. La firme 3 prend connaissance des quantités $\hat{q}_1$ et $\hat{q}_2$, puis décide d'entrer ou non. Si elle décide d'entrer sur le marché, elle maximise son profit en fonction de q_3 , ceci en tenant compte de la somme $\hat{Q} = \hat{q}_1 + \hat{q}_2$ offerte par les autres firmes. On supposera par la suite que $F \geq 0$.
 - 2.3.1. Calculez la meilleure réponse de la firme 3 (notée $q_3^*(\hat{Q})$) en fonction de la quantité $\hat{Q}$.
 - 2.3.2. Démontrez qu'il est possible, pour les firmes 1 et 2, de rendre l'entrée de la firme 3 non rentable en mobilisant une production suffisamment élevée ?
 - 2.3.3. Pourquoi est-il possible d'interpréter ce comportement d'offre des firmes 1 et 2, comme une barrière stratégique à l'entrée ? Cette stratégie requiert-elle la mise en place d'une collusion ?
 - 2.3.4. Quels sont les coûts induits par une telle stratégie pour les firmes 1 et 2 ? Quand est-il optimal de recourir à une telle stratégie ? (*Remarque : il est possible de raisonner sans calcul supplémentaire*)

Troisième partie

Cette partie s'inscrit dans le cadre du duopole de Stackelberg avec 2 firmes (1 et 2). La fonction de demande inverse reste la même ($p(Q) = a - bQ$, avec $a > 0$, $b > 0$, $Q = q_1 + q_2$).

Comme précédemment, la firme 1 (le leader) a un coût marginal constant, connu de tous, et égal à c , avec $0 < c < a$. Par contre, la firme 2 peut être de l'un des deux types suivants :

- Soit à coût marginal bas c^B , ce qui survient avec une probabilité δ (avec $0 < \delta < 1$) ;
- Soit à coût marginal haut c^H , ce qui survient avec une probabilité $1 - \delta$.

Les paramètres de coût sont tels que $1 < c^B < c < c^H < a$. Au moment de prendre sa décision, la firme 2 sait si elle est de type c^H ou de type c^B , tandis que la firme 1 ne sait pas précisément le type de son concurrent sur le marché. La firme 1 sait juste qu'il y a une probabilité δ que la firme 2 soit de type c^B et une probabilité $1 - \delta$ qu'elle soit de type c^H . Par conséquent, elle est capable d'anticiper l'espérance mathématique de coût du suiveur (firme 2) que l'on notera comme suit : $\bar{c} = \delta c^B + (1 - \delta)c^H$.

3.1. Calculez la fonction de réaction de la firme 2 (suiveur), notée $q_2^k(q_1^*)$, $k = B, H$, selon qu'elle soit de type c^B ou de type c^H . La quantité optimale de la firme 1 est notée q_1^* .

3.2. Compte tenu du fait qu'il y a deux scénarios possibles quant au type de la firme 2 (c^B ou c^H), et que ces scénarios ont pour probabilités respectives δ et $(1 - \delta)$, la firme 1 maximise une espérance mathématique de profit (notée $E\pi_1$).

3.2.1. Après avoir établi l'expression de $E\pi_1$ en fonction de q_1^* , déterminez la quantité optimale de la firme 1. (*Suggestion : en exploitant le fait que $\bar{c} = \delta c^B + (1 - \delta)c^H$, on obtient une fonction $q_1^*(a, b, c, \bar{c})$.*)

3.2.2. En déduire les expressions des quantités $q_2^H(a, b, c, \bar{c}, c^H)$ et $q_2^B(a, b, c, \bar{c}, c^B)$.

3.3. L'équilibre obtenu in fine dépend du type de la firme 2 (c^B ou c^H).

3.3.1. Déterminez l'équilibre de Stackelberg en information asymétrique conditionnellement au fait que la firme 2 soit de type c^B . Vous calculerez, en fonction des paramètres, le prix, ainsi que les profits qui en résultent, en adoptant les notations suivantes : $p_B, \pi_{1/B}, \pi_2^B$.

3.3.2. Même question lorsque la firme 2 est de type c^H ; notations : $p_H, \pi_{1/H}, \pi_2^H$.

3.3.3. Comment évolue la production de la firme 1, lorsque la probabilité δ augmente (toutes choses égales d'ailleurs) ? Même question, en distinguant les deux cas de figures (c^B ou c^H), en ce qui concerne le prix et les profits. Interprétez.

3.4. En supposant que $c = \bar{c}$, vous allez comparer l'équilibre en information asymétrique à l'équilibre de Stackelberg étudié en Partie 1 (sans asymétrie d'information).

3.4.1. En quoi l'hypothèse $c = \bar{c}$ est-elle pertinente pour aborder cette comparaison ?

3.4.2. Que devient l'équilibre de la question 3.3. avec l'hypothèse $c = \bar{c}$? Interprétez.

3.4.3. Etudiez l'effet de l'asymétrie d'information sur les profits du leader et du suiveur, en comparant ce qu'ils obtiendraient dans le cadre de l'équilibre de Stackelberg sans asymétrie d'information (*Aide : recalculer l'équilibre de Stackelberg à information symétrique lorsque le coût du suiveur est c^B , puis lorsqu'il est égal à c^H*). Que concluez-vous ?

