

**ECOLE NORMALES SUPERIEURES – ECOLE POLYTECHNIQUE
CONCOURS D'ADMISSION 2021**

MARDI 13 AVRIL 2021 – 8h00 - 13h00

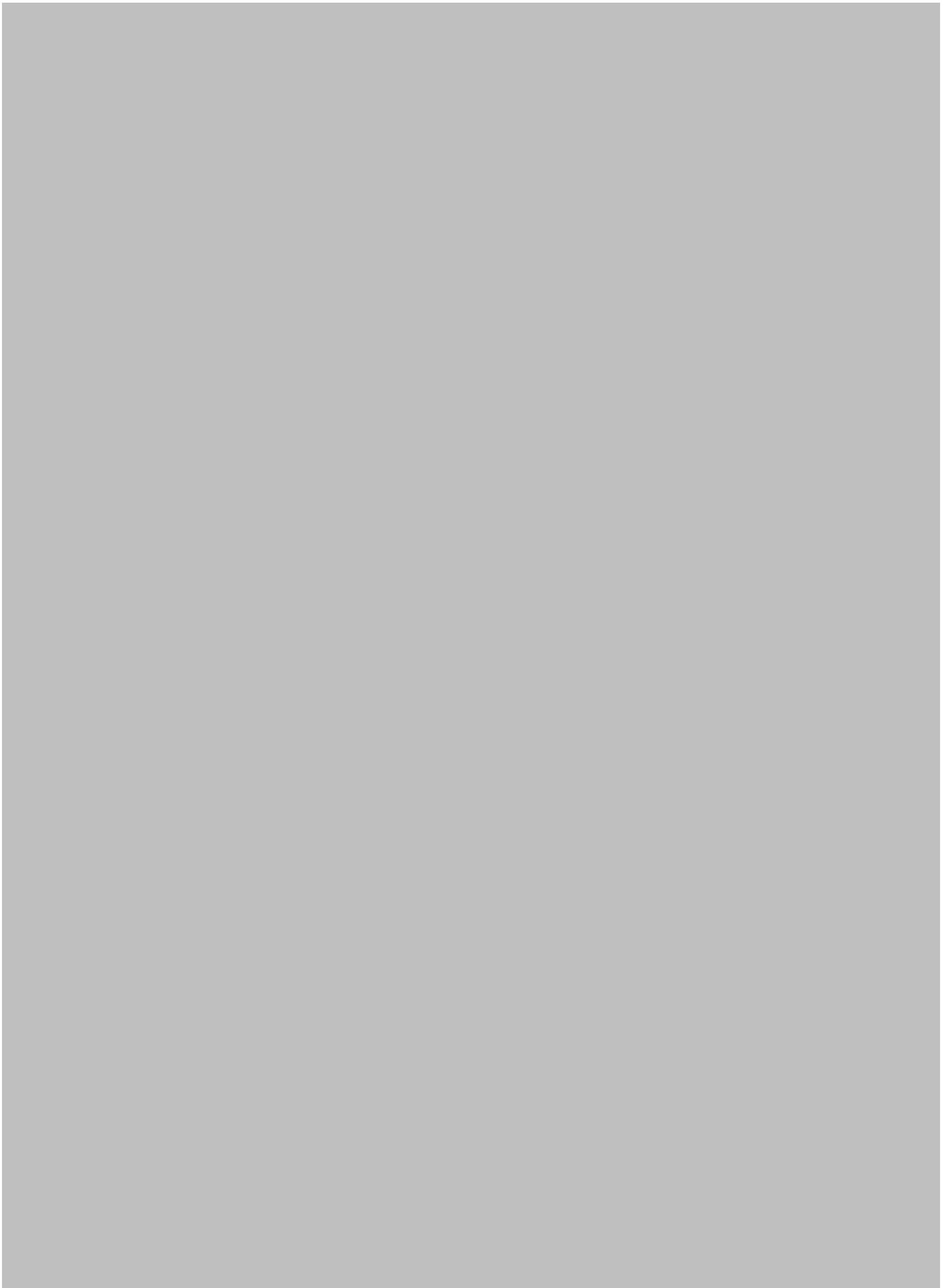
FILIERE PSI

**COMPOSITION de SCIENCES INDUSTRIELLES
(XCR)**

Durée : 5 heures

L'utilisation des calculatrices n'est pas autorisée pour cette épreuve

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre



Etude d'un moteur à cylindrée variable avec pilotage en temps réel du taux de compression



Bloc moteur VCR-i avec écorché partiel – société MCE-5 Development

Le sujet est composé :

- de ce livret décrivant le système étudié ainsi que le travail demandé (page 1 à page 33) ;
- de 6 documents réponse à joindre obligatoirement à la copie (documents DR1 à DR6).

Il est recommandé au candidat :

- de lire l'intégralité du sujet avant de commencer à composer ;
- de rappeler, sur sa copie, le numéro de la question avant d'en développer la réponse ;
- de respecter l'ensemble des notations alphabétiques et numériques du sujet ;
- de préciser ses propres notations lorsque cela s'avère nécessaire ;
- de justifier ses hypothèses et de rédiger clairement ses réponses.

Les différentes parties de ce sujet sont relativement indépendantes. Néanmoins, il est recommandé de les traiter dans l'ordre proposé afin de tenir compte des différentes remarques et des notations.

Les auteurs tiennent à remercier Frédéric Dubois et Sylvain Bigot de la société MCE-5 pour leur collaboration.

1 Introduction

1.1 Evolution des moteurs thermiques

Historiquement, les moteurs automobiles ont évolué par étapes successives (figure 1). De nouvelles fonctions ont été introduites pour rendre plus précis, plus durables, des paramètres ou des réglages tels que :

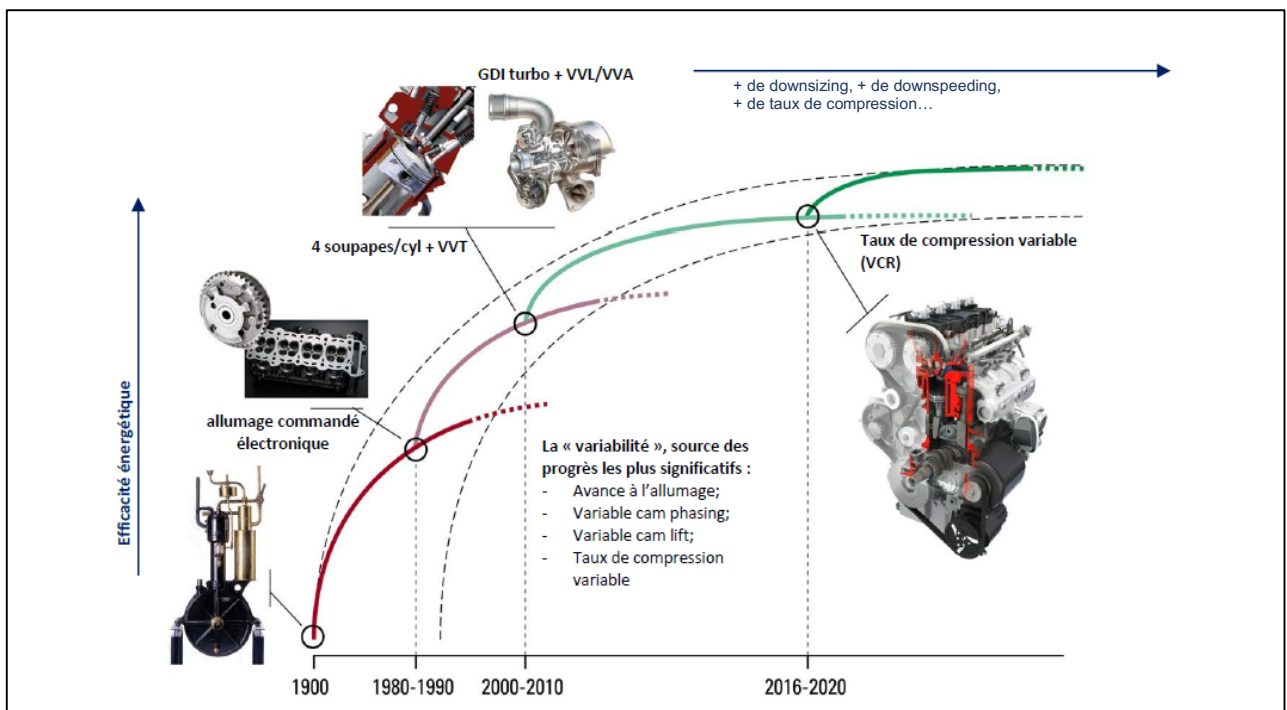
- le point d'allumage (allumage électronique vs allumage mécanique) ;
- la quantité de carburant injectée (injecteur vs carburateur) ;
- le moment d'ouverture des soupapes (Variable Valve Timing, noté VVT) ;
- la hauteur de levée des soupapes (Variable Valve Lift, noté VVL) ;
- la section de passage des turbines (Turbo à géométrie variable).

Les objectifs sont :

- plus de performance ;
- un rendement énergétique plus élevé ;
- une moindre nécessité de maintenance ;
- une meilleure maîtrise des émissions de polluants réglementés.

La chronologie d'introduction des nouvelles fonctions est gérée par priorité selon :

- le rapport bénéfice / coût desdites fonctions ;
- leur maturité technologique ;
- leur disponibilité sur le marché ;
- leur capacité à répondre aux multiples critères de l'industrie automobile (architecture, poids, encombrement, durabilité, robustesse, fiabilité, coût, etc.).



Sur le plan stratégique, le taux de compression variable (VCR : *Variable Compression Ratio*) est donc une brique technique additionnelle destinée à enrichir les combinaisons technologiques sur lesquelles sont basés les moteurs thermiques à pistons alternatifs à combustion interne. Le VCR a pour objectif de permettre la réduction de la consommation de carburant au-delà de ce que permet l'ensemble des technologies connues (hors électrification). Il ambitionne également d'ouvrir de nouvelles voies de développement à la poly-carburation. De plus, par rapport à l'électrification (hybridation ou véhicules 100% électriques), le VCR présente l'avantage d'un rapport coût/bénéfice plus faible, le rendant accessible au parc automobile actuel.

1.2 La technologie VCRi MCE-5

Sur les moteurs classiques, le taux de compression est fixe et résulte d'un compromis. Le VCR permet de sortir de ce compromis.

La principale limitation en performances (puissance/couple) d'un moteur est le déclenchement de combustions anormales : les phénomènes de cliquetis et de supercliquetis apparaissent lorsque la pression et/ou la température est (sont) trop élevée(s) dans la chambre de combustion. Ces paramètres sont directement liés au taux de compression.

Le VCR sert à adapter le taux de compression à la masse de gaz qu'on introduit dans le cylindre. Le taux de compression d'un moteur VCR est :

- élevé à faible charge. Cela apporte un surcroît de rendement à la détente des gaz, sans risque de combustion anormale ;
- faible à forte charge. Cela permet de maintenir des conditions de température et de pression « normales » malgré une importante masse de gaz introduite dans le cylindre. La combustion s'effectue en toute sécurité.

Le VCR est ainsi un facteur majeur d'optimisation du rendement par l'augmentation du taux de détente, par la réduction de la cylindrée (*downsizing*) et par la réduction du régime (*downspeeding*). L'aboutissement de ces optimisations se trouve dans la réduction de la consommation et dans une plage de fonctionnement régime/charge plus grande pour chaque piston, ce qui est illustré sur la figure 2.

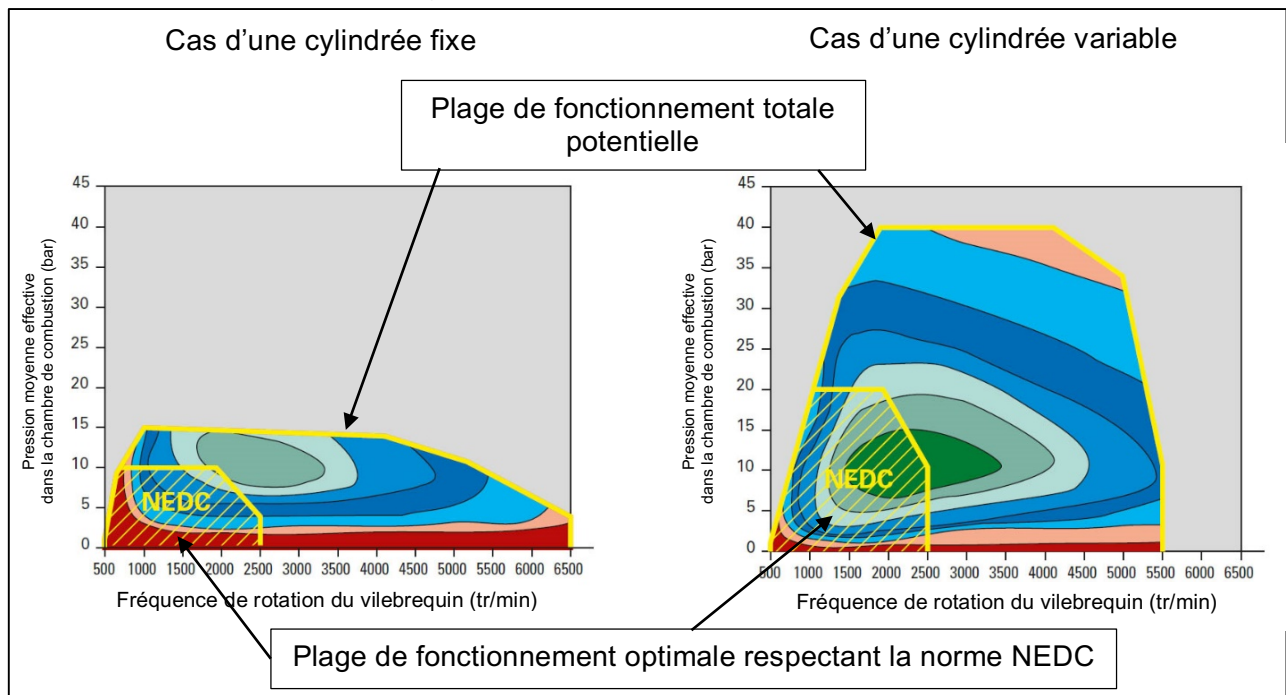


Figure 2 : Comparaison des plages de fonctionnement possibles pour un moteur à cylindrée fixe et à cylindrée variable

Le sigle NEDC pour *New European Driving Cycle* désigne une norme d'homologation des véhicules neufs. Cela définit les conditions dans lesquelles un modèle est testé et validé. Les paramètres réglementés vont des vitesses et accélérations des véhicules durant les tests à la température ambiante lors de ces tests.

Cette plage NEDC traduit pour les constructeurs l'efficacité et l'adaptabilité du moteur aux différentes phases et situations d'utilisation du véhicule. L'objectif est donc d'avoir une plage NEDC la plus grande possible.

Finalement, en partant du cycle thermodynamique de Beau de Rochas caractéristique des moteurs thermiques, le VCR permet une amélioration du travail positif et une réduction du travail négatif, c'est-à-dire une meilleure efficacité thermodynamique à travers l'optimisation de plusieurs aspects du cycle comme cela est présenté sur la figure 3 :

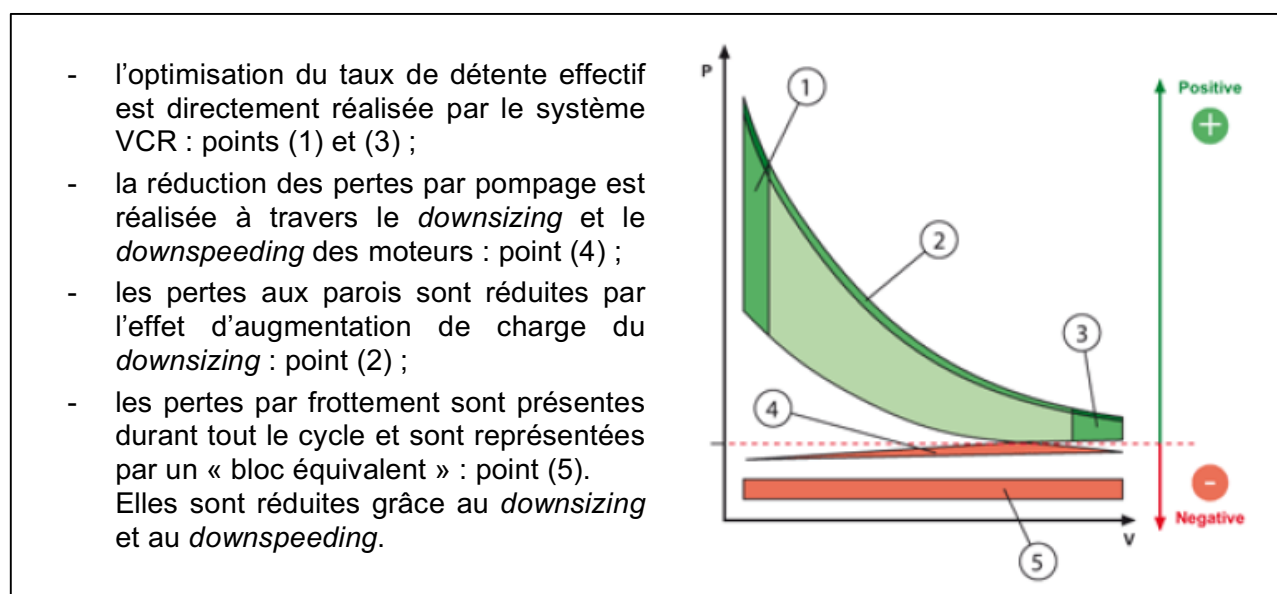


Figure 3 : Cycle thermodynamique de Beau de Rochas d'un moteur thermique avec zones d'optimisation, dans un diagramme PV (P : pression, V : volume)

L'objectif de ce sujet est de mettre en exergue les différents aspects conceptuels, techniques et de pilotage permettant d'atteindre les performances désirées de la motorisation thermique VCRI élaborée par la société MCE-5 en prenant comme référence un moteur thermique à cylindrée fixe (FCR : *Fix Compression Ratio*).

L'étude proposée se concentre sur 5 aspects distincts :

- la partie 2 met en avant les principes technologiques et la cinématique de fonctionnement du système VCRI ;
- la partie 3 se concentre sur le fonctionnement du piston de combustion et les gains apportés par la cinématique choisie ;
- la partie 4 aborde une des contraintes principales dans l'agencement des pièces permettant de garantir le bon fonctionnement de l'ensemble ;
- la partie 5 porte sur la chaîne de commande de l'actionneur ;
- la partie 6 porte sur la mise en place d'un correcteur dans cette chaîne de commande.

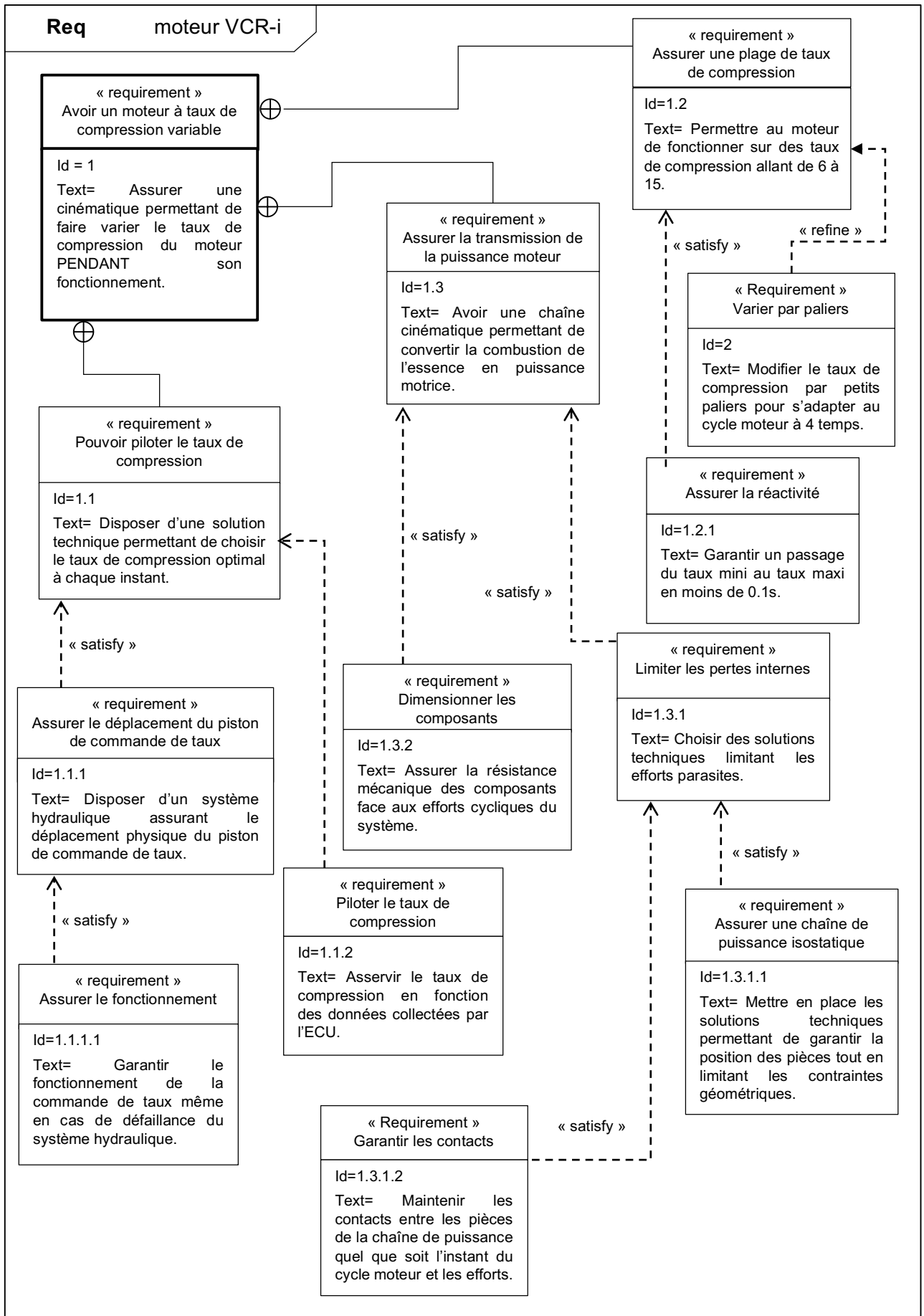


Figure 4 : Diagramme des exigences

2 Modulation de la course du piston

2.1 Principales grandeurs caractéristiques

Objectif : Définir les grandeurs et notions qui caractérisent un moteur thermique à cylindrée fixe, dit « conventionnel ».

Bien qu'un bloc moteur possède généralement plusieurs pistons et chambres de combustion, les calculs et les applications numériques seront menés en ne prenant en compte qu'un seul piston.

La base générale utilisée pour la description du système et les raisonnements sera celle présentée sur la figure 5.

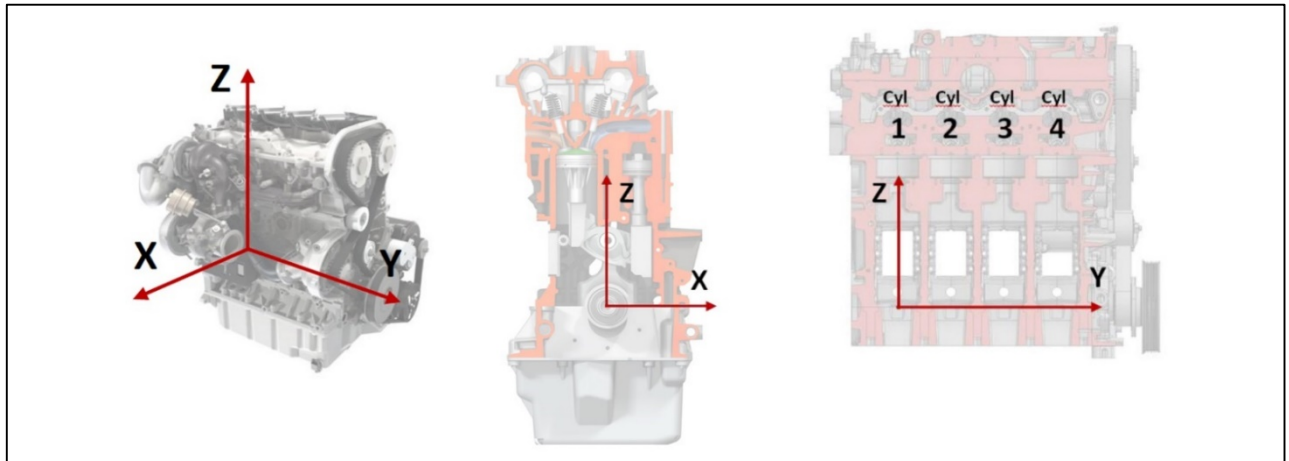


Figure 5 : Repère général de travail

Le moteur thermique conventionnel fonctionne en exploitant un système bielle-manivelle.

Son fonctionnement comporte 4 temps dont le détail est repris sur la figure 6 :

- l'admission (1) : le piston descend en laissant entrer dans la chambre le mélange « air + carburant » ;
- la compression (2) : le piston remonte pour comprimer le mélange ;
- l'explosion et le temps moteur (3) : la combustion du mélange comprimé provoque une poussée sur le piston qui va donc descendre ;
- le refoulement (4) : les gaz brûlés sont poussés vers l'extérieur lors de la remontée du piston.

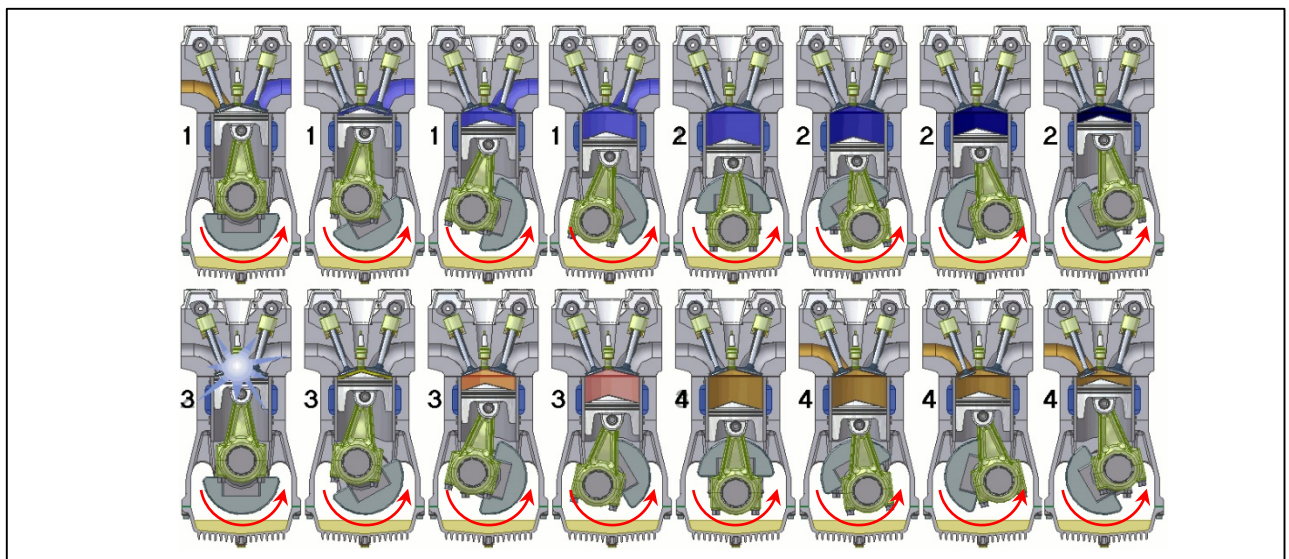


Figure 6 : Vues en coupe d'un cylindre moteur à plusieurs instants du cycle « 4 temps »

Le système présente deux positions spécifiques :

- le point mort « haut », noté PMH : lorsque le piston est dans sa position la plus haute, c'est-à-dire au début des phases 1 et 3 ;
- le point mort « bas », noté PMB : lorsque le piston est dans sa position la plus basse, c'est-à-dire au début des phases 2 et 4.

L'écart entre les deux points morts haut et bas est appelé course du piston. Il définit directement la cylindrée puisque cette dernière représente le volume balayé par le piston durant son déplacement du point mort haut jusqu'au point mort bas. Le volume de la chambre de combustion qui n'est quant à lui jamais balayé par le piston, c'est-à-dire le volume restant disponible au-dessus du piston au point mort haut, est appelé communément « volume mort ».

Parallèlement, les constructeurs utilisent comme grandeur de comparaison entre les blocs moteur la valeur du « taux de compression ». Ce taux est défini par le rapport entre le volume de la chambre au-dessus du piston au moment du point mort bas et le volume de la chambre au-dessus du piston au moment du point mort haut ou volume mort.

La figure 7 ci-après reprend la modélisation du système bielle-manivelle en précisant les notations utilisées.

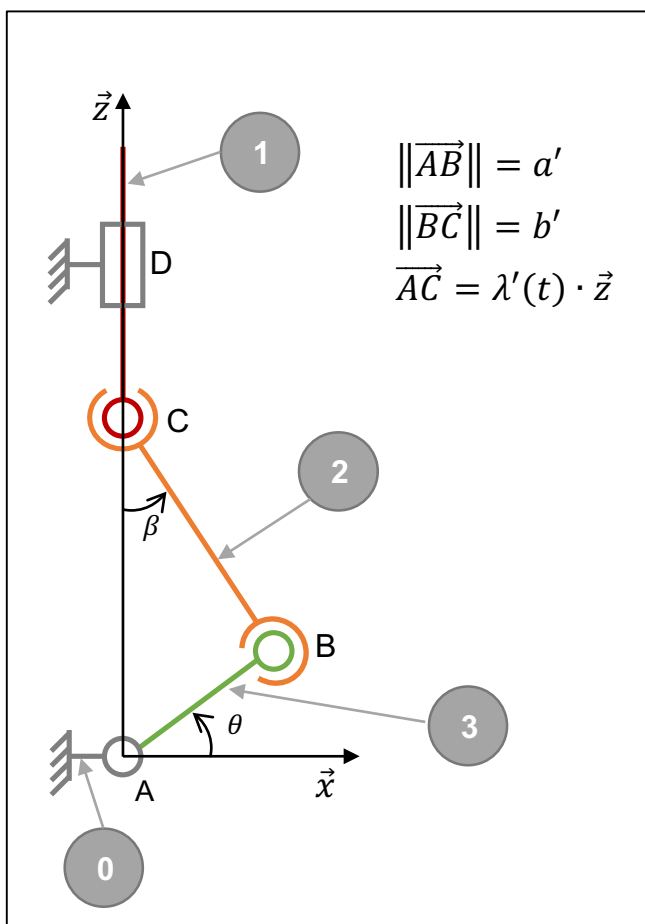


Figure 7 : Schéma du système bielle-manivelle

Le référentiel lié au carter 0 est noté $R(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Le vilebrequin 3, en liaison pivot d'axe (A, \vec{y}) avec le carter 0, a un mouvement de rotation pure repéré par l'angle θ . Son excentricité est notée a' : $\| \overrightarrow{AB} \| = a'$.

La bielle 2 est liée au vilebrequin 3 et au piston 1 par l'intermédiaire de deux liaisons sphériques, respectivement en B et en C. Son inclinaison par rapport à la verticale est repérée par l'angle β . Sa longueur est notée b' ainsi : $\| \overrightarrow{BC} \| = b'$.

Le piston 1, de par sa forme cylindrique, est considéré en liaison pivot glissant d'axe (D, \vec{z}) avec le carter. Sa position est repérée par $\overrightarrow{AC} = \lambda'(t) \cdot \vec{z}$.

Question 1 : Déterminer l'expression de la course du piston dans un moteur conventionnel, notée C_{conv} , en fonction des paramètres géométriques des pièces en présence.

Afin d'avoir un point de comparaison pour la suite du problème, un système réaliste « type » est proposé sur la figure 8. Les dimensions proposées sont volontairement simplifiées afin de faciliter l'obtention d'ordres de grandeur numériques.

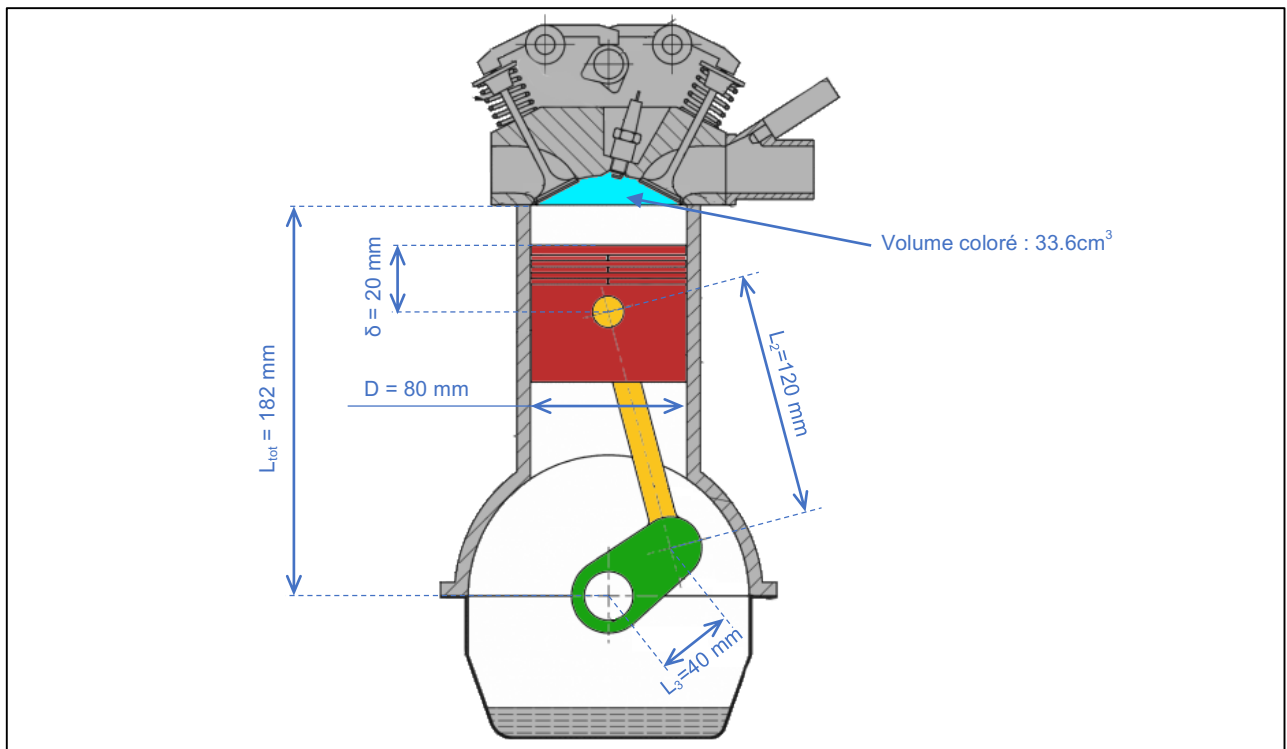


Figure 8 : Extrait partiellement paramétré du plan de principe d'un moteur FCR

Question 2 : En se basant sur les figures 7 et 8, déterminer l'expression de la cylindrée V_{conv} ainsi que l'expression du taux de compression τ_{conv} correspondant.

Question 3 : A partir des valeurs numériques proposées sur la figure 8, calculer les valeurs numériques de la cylindrée V_{conv} et du taux de compression τ_{conv} .

Ces valeurs serviront de référence dans la comparaison des performances entre les moteurs conventionnels à cylindrée fixe et les moteurs VCRI.

2.2 Plage de variation du système VCRI

Objectif : Mettre en évidence l'amplitude et les plages de variation rendues possibles par le système VCRI sur les grandeurs caractéristiques d'un moteur thermique.

Dans le système VCRI, la bielle n'est plus directement liée au piston mais à une roue d'engrenage (figures 9 et 10). La roue d'engrenage va alors transmettre le mouvement d'aller-retour du piston au vilebrequin en prenant appui sur la crémaillère de commande.

Le déroulement des 4 temps du moteur reste le même que pour un moteur conventionnel, mais la cinématique change du fait de la présence de la roue d'engrenage. La figure 11 présente quelques positions intermédiaires successives prises par les différentes pièces au cours d'un aller-retour du piston moteur (piston moteur = piston guidé (1) + crémaillère de combustion (4) sur les figures 9 et 10).

- ① Piston guidé
- ② Vérin de commande
- ③ Actionneur de taux
- ④ Crémaillère de combustion
- ⑤ Crémaillère de commande
- ⑥ Rouleau synchronisé
- ⑦ Roue d'engrenage
- ⑧ Vérin presseur
- ⑨ Bielle
- ⑩ Carter moteur
- ⑪ Capteur de position
- ⑫ Vilebrequin

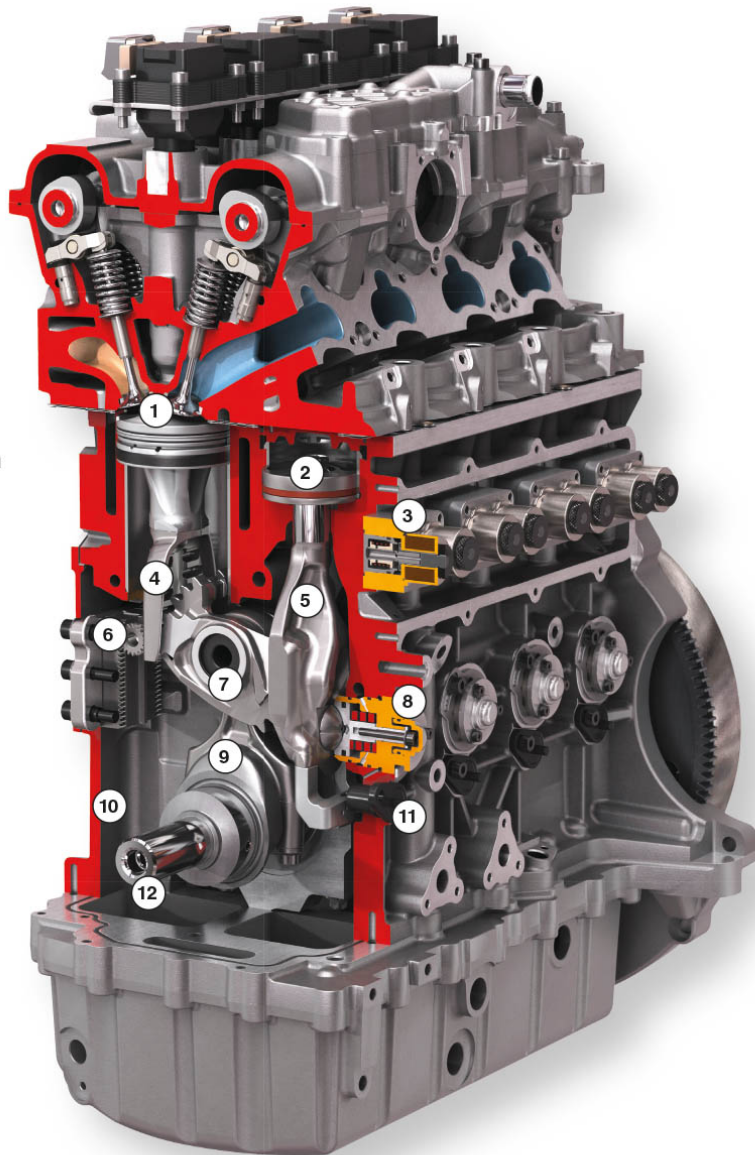


Figure 9 : Ecorché d'un bloc moteur VCRi de première génération avec identification des composants

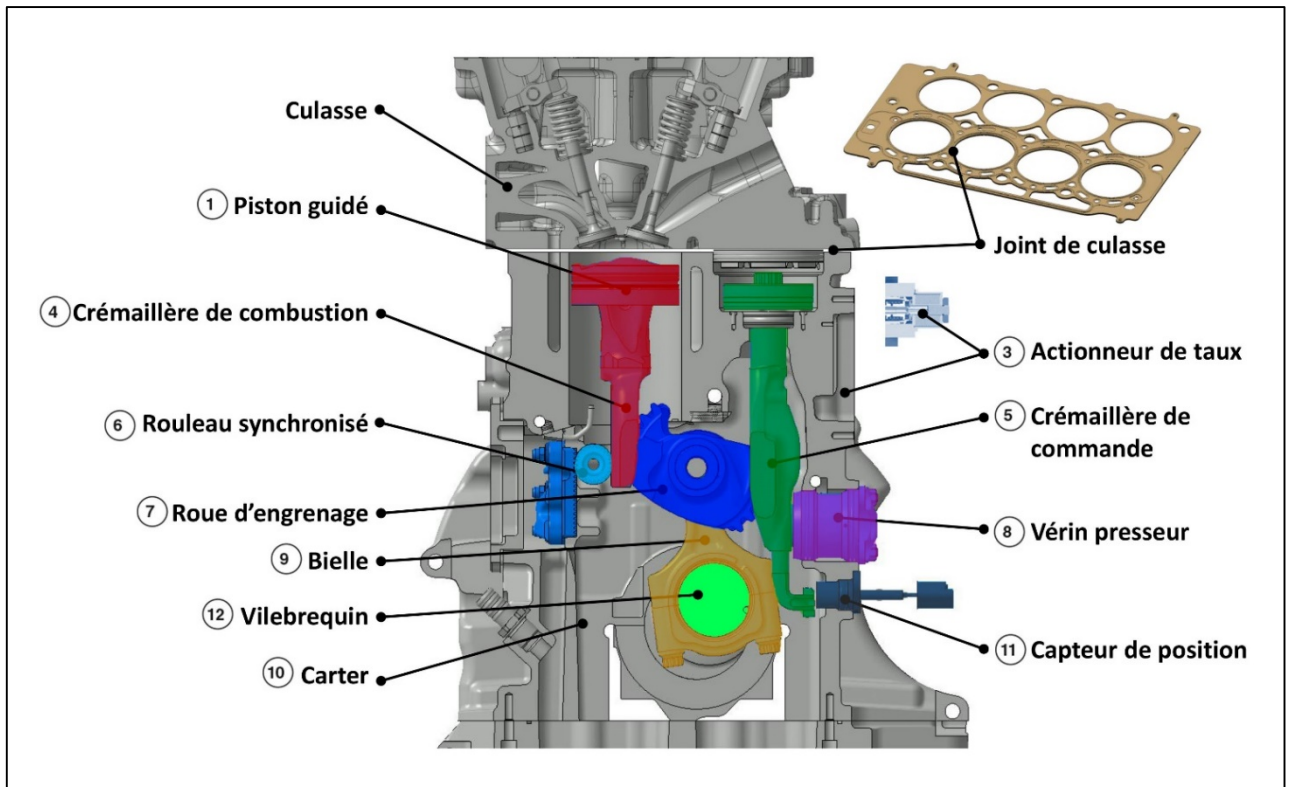


Figure 10 : Vue interne du bloc moteur VCRI

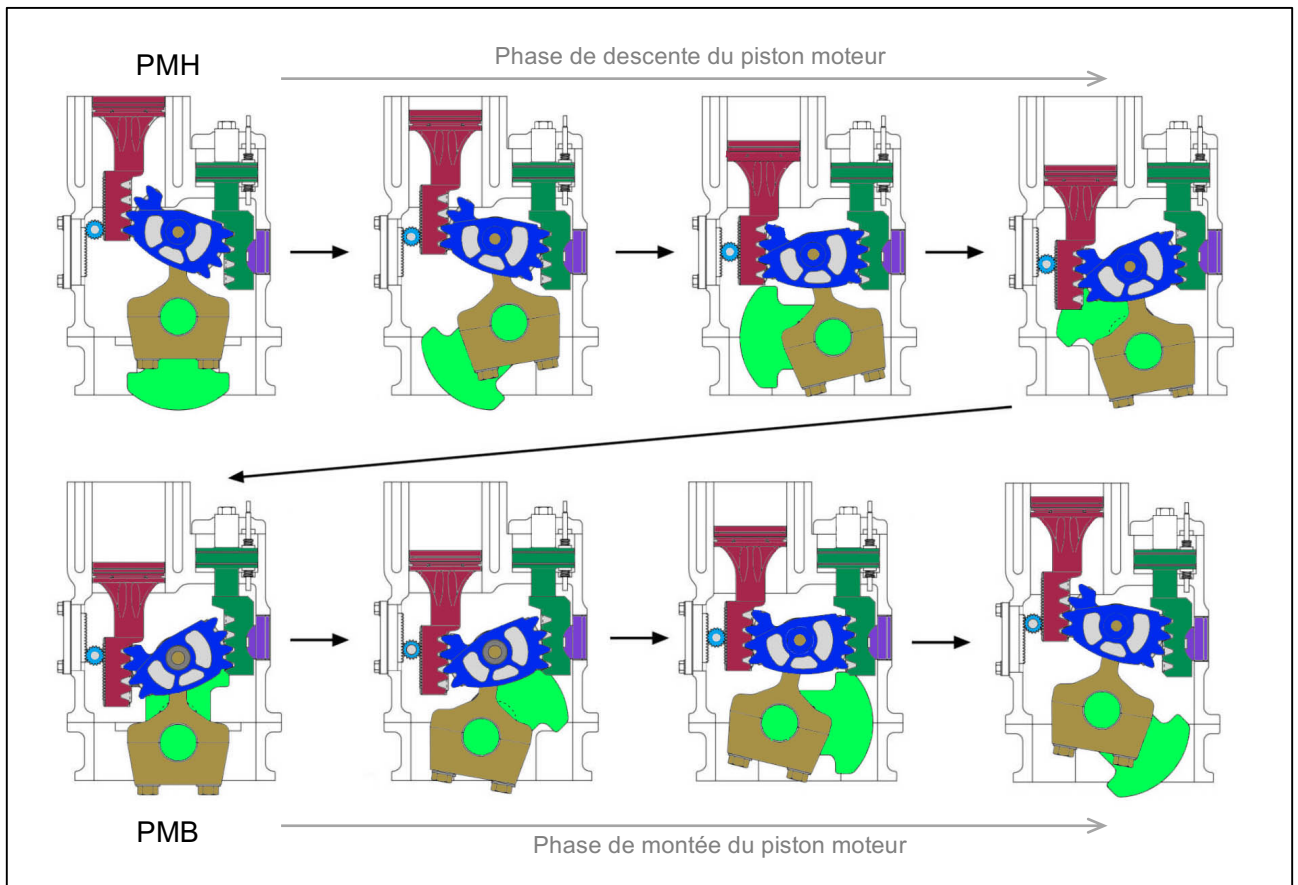


Figure 11 : Schéma de principe du fonctionnement pour un aller-retour de piston moteur (le piston de commande étant fixe)

2.2.1 Détermination de la course

Dans un premier temps, le piston de commande est considéré comme fixe sur l'ensemble des 4 temps du cycle.

Du fait des liaisons pignon-crémaillère entre la roue dentée et le piston guidé d'une part, et la roue dentée et la crémaillère de commande d'autre part, il y a constamment roulement sans glissement de la roue dentée sur chaque pièce.

La figure 12 reprend le système de façon schématisée dans la position caractéristique de la mi-course du piston moteur.

Il a été volontairement fait abstraction du rouleau synchronisé dont l'influence est négligeable pour cette partie.

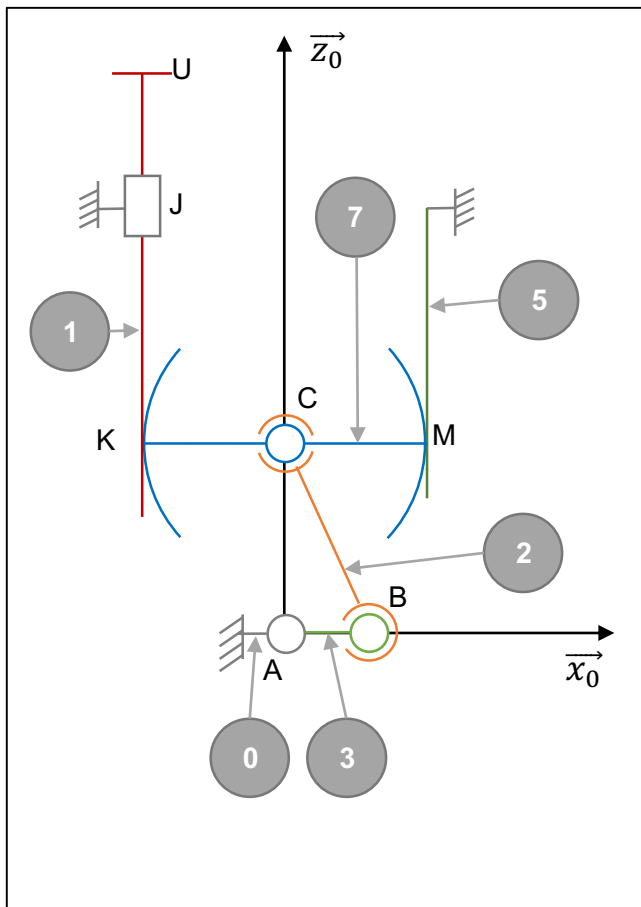


Figure 12 : Schéma de principe du moteur VCRI

Le référentiel lié au carter 0 est noté $R_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Le vilebrequin 3, en liaison pivot d'axe (A, \vec{y}_0) avec le carter 0, a un mouvement de rotation pure. Son excentration est notée a ainsi : $\|\vec{AB}\| = a$.

La bielle 2 est liée au vilebrequin 3 et à la roue d'engrenage 7 par l'intermédiaire de deux liaisons sphériques, respectivement en B et en C. Sa longueur est notée b ainsi : $\|\vec{BC}\| = b$.

La roue d'engrenage 7, en plus de sa liaison sphérique en son centre C avec la bielle, est en liaison roulement sans glissement à droite et à gauche avec respectivement le piston de commande 5 en M et le piston moteur 1 en K. Le rayon de la roue est noté r_7 de sorte que : $\|\vec{KC}\| = \|\vec{CM}\| = r_7$.

Le piston de commande 5 est considéré comme encastré avec le carter 0.

Le piston moteur 1, quant à lui, est considéré pour le moment en liaison glissière d'axe (J, \vec{z}_0) avec le carter 0 et en liaison roulement sans glissement en K avec la roue d'engrenage 1.

Le document DR1 reprend la figure 12 avec un quadrillage servant d'échelle de longueur.

Il présente également deux zones de dessin qui seront dédiées aux situations spécifiques du Point Mort Haut (PMH) et du Point Mort Bas (PMB).

Question 4 : Pour la situation PMH, tracer sur le document réponse DR1 le vilebrequin (3) et la bielle (2) et indiquer les nouveaux lieux de B et C , notés respectivement B_H et C_H . En vous appuyant sur les figures 11 et 12 et en tenant compte des différents lieux de roulement sans glissement, représenter la roue d'engrenage (7) dans la configuration PMH.

Une attention particulière sera portée sur les positions de M_H et K_H , nouveaux lieux des points M et K , dans cette situation.

Question 5 : En vous appuyant sur les figures 11 et 12 et en tenant compte des différents lieux de roulement sans glissement, déduire la position du piston moteur (1) dans la configuration PMH et la représenter sur le document réponse DR1.

En notant U_H le nouveau lieu de U dans la configuration PMH, déterminer la distance UU_H en fonction de a .

Question 6 : Reprendre les questions 4 et 5 pour la situation du point mort bas (PMB) :

- tracer le vilebrequin (3) et la bielle (2) ;
- placer les points B_B et C_B ;
- tracer la roue d'engrenage (7) et le piston moteur (1) ;
- placer le point U_B .

Donner la distance UU_B en fonction de a .

Question 7 : Déduire de ce qui précède la course du piston moteur 1, notée C_{VCRi} , en fonction de a .

La figure 13 présente les vilebrequins à utiliser pour obtenir des caractéristiques de fonctionnement équivalentes entre un moteur conventionnel FCR et un moteur VCRI.

La base $B_3(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ représentée en vert est la base liée au vilebrequin dans chaque cas.

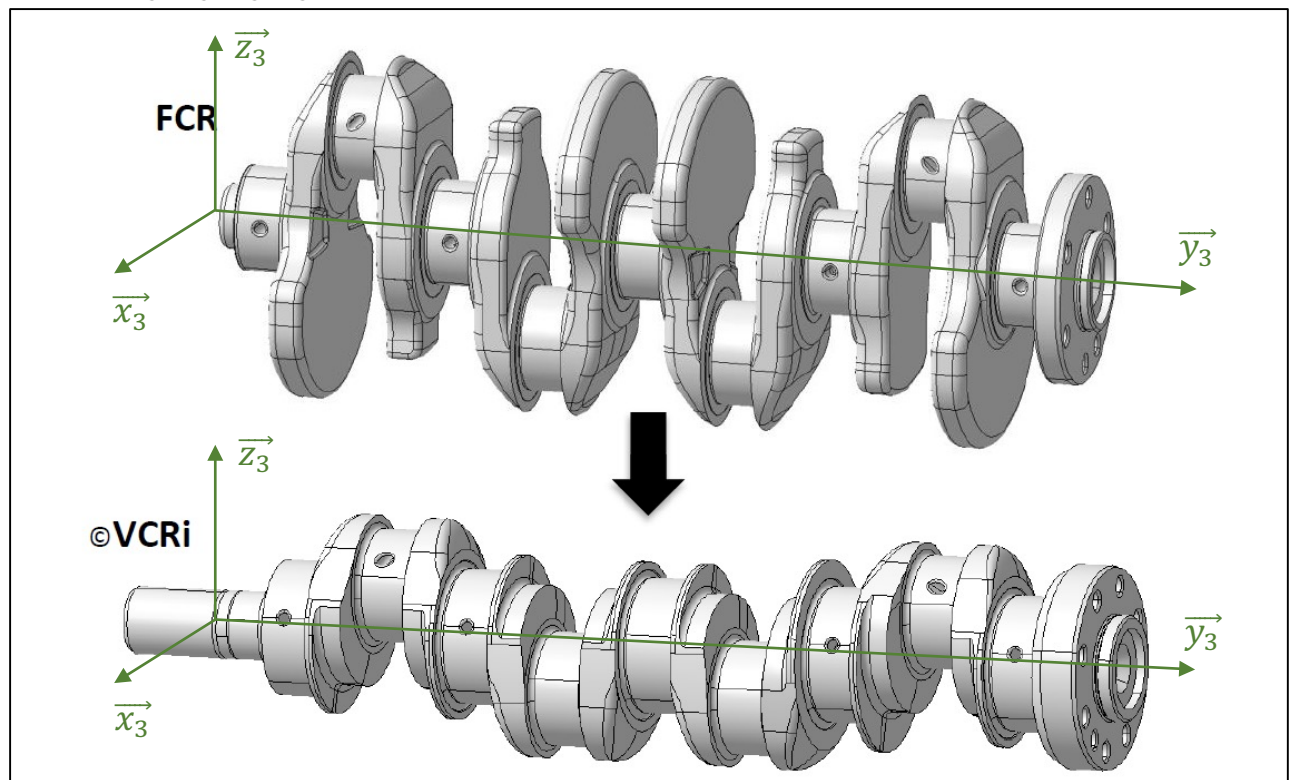


Figure 13 : Comparatif des vilebrequins d'un moteur conventionnel FCR et d'un moteur VCRI

Question 8 : En vous appuyant sur les résultats précédents, justifier que pour assurer un fonctionnement équivalent avec $C_{conv} = C_{VCRi}$, il faut respecter $a = \frac{a'}{2}$.

Question 9 : Justifier alors l'évolution de forme du vilebrequin du moteur conventionnel vers le VCRi présenté sur la figure 13.

Question 10 : A partir de la figure 13, donner (sans faire de calculs mais en justifiant) la forme des opérateurs d'inertie de chaque vilebrequin dans la base B_3 .

Question 11 : D'un point de vue des ordres de grandeur numériques, quelles sont les différences et/ou similitudes attendues entre ces deux opérateurs ?

Question 12 : Donner deux conséquences mécaniques intéressantes à l'utilisation d'un vilebrequin tel que celui du VCRi par rapport à un vilebrequin d'un moteur FCR.

2.2.2 Variation de la commande

Dans cette partie, le piston de commande peut maintenant être déplacé.

Tout le principe du VCRi réside dans le fait que la crémaillère de commande peut se déplacer verticalement afin de faire varier les caractéristiques du moteur.

La figure 14 montre la modification induite sur la position du point mort haut par les 2 positions extrêmes du vérin de commande.

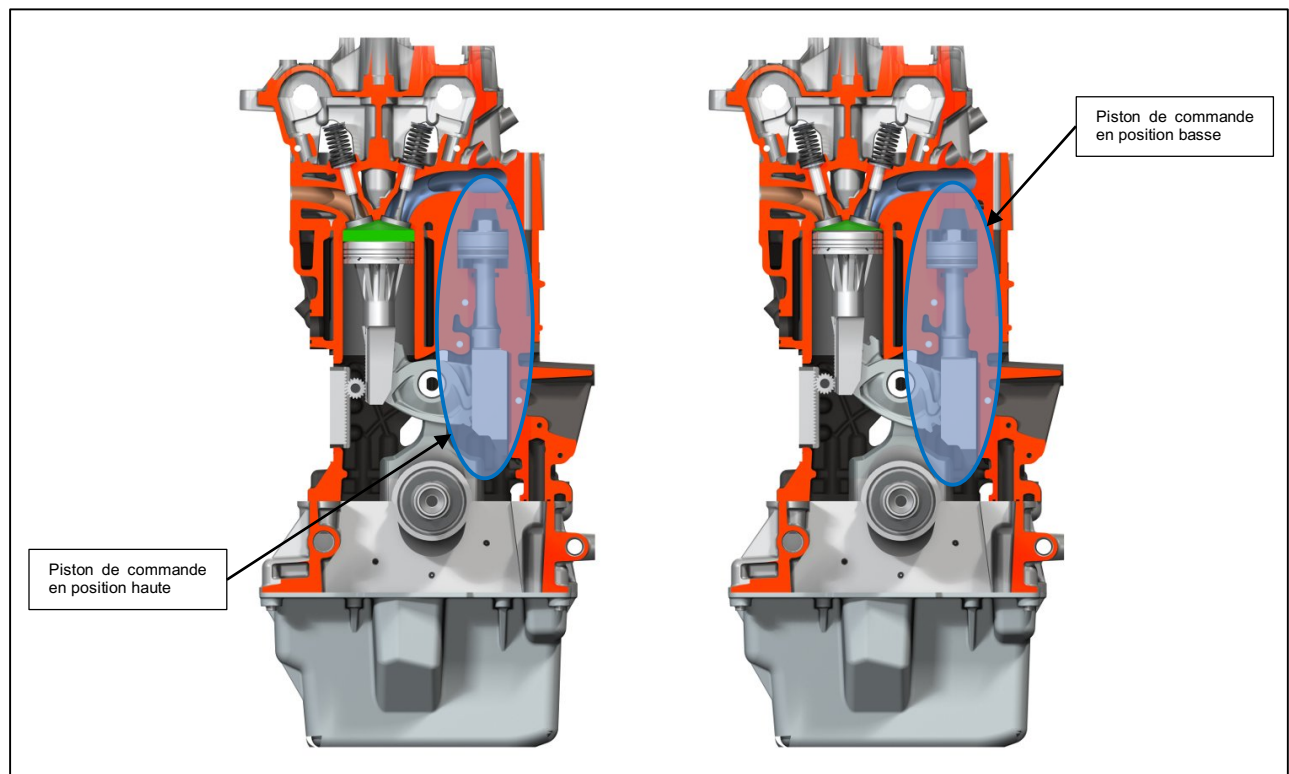


Figure 14 : Vues internes comparatives des points morts haut dans les 2 cas extrêmes de réglage du piston de commande

Le document DR2 propose la représentation schématique simplifiée du système dans les 2 positions extrêmes du piston moteur : le point mort haut et le point mort bas. Pour chacune de ces positions, les deux situations extrêmes du piston de commande sont envisagées : position au plus haut et position au plus bas.

Pour la position « au plus haut » du piston de commande, toutes les pièces sont représentées.

Question 13 : En s'appuyant sur les relations de roulement sans glissement existantes dans le système, compléter sur le document réponse DR2 les situations présentant le piston de commande en position « au plus bas » pour les deux points morts haut et bas :

- représenter les pièces manquantes et compléter celles partiellement dessinées ;
- faire apparaître les lieux précis des points M_H , K_H et U_H ;
- de même, faire apparaître les lieux précis des points M_B , K_B et U_B .

Question 14 : A partir des tracés effectués à la question précédente, exprimer la loi de variation de la position du piston moteur pour le point mort haut en fonction de la position du piston de commande.

Question 15 : En déduire l'influence de la position du piston de commande sur le volume mort dans la chambre de combustion.

Question 16 : Le comportement est-il similaire avec la position du point mort bas ? Justifier. On pourra s'appuyer sur les tracés réalisés sur le document réponse DR2.

Question 17 : Quelle est l'influence de la position du piston de commande sur la course du piston moteur ?

La figure 15 correspond au plan de référence du bloc moteur. Il n'est pas à l'échelle 1, mais les dimensions qui y sont indiquées sont bien les dimensions réelles pour l'étude.

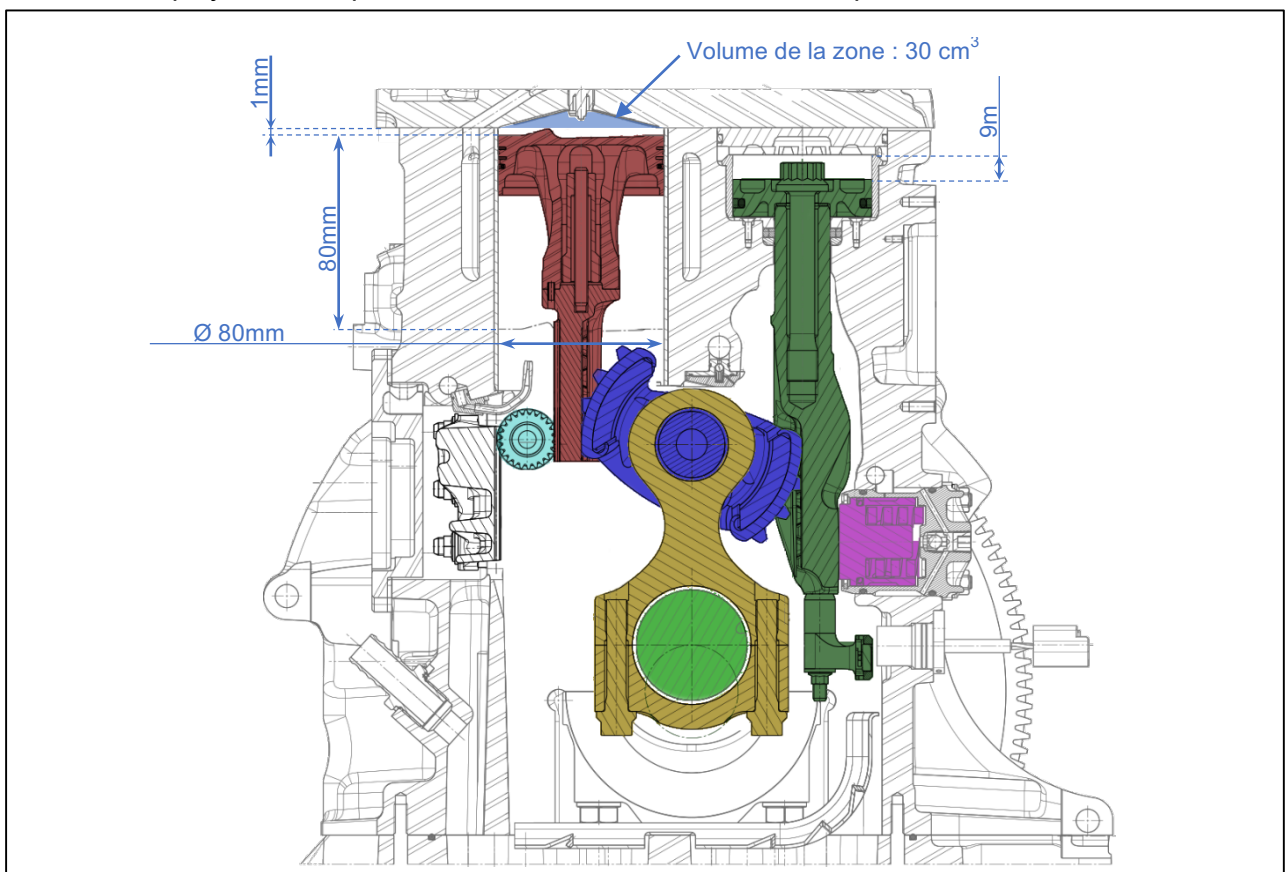


Figure 15 : Vue en coupe partiellement dimensionnée

Question 18 : Calculer, avec les valeurs numériques de la figure 15, les taux de compression mini et maxi atteignables et conclure quant au respect de l'exigence 1.2 du diagramme SysML de la figure 4.

3 Analyse du fonctionnement du sous-ensemble de combustion

Le « sous-ensemble de combustion » est centré sur le piston moteur guidé et les pièces qui sont directement en contact avec lui : le rouleau synchronisé, la roue d'engrenage et le carter.

Le piston moteur effectue des mouvements de va-et-vient selon la verticale dans le carter moteur.

La puissance est transmise à la roue d'engrenage via deux séries de dentures bombées situées sur la face droite du support de piston (voir figure 16). De plus, une bande de roulement à profil sphérique a été prévue entre les 2 séries de dentures bombées (peu visible sur la figure 16, cette bande de roulement a été reprise et détaillée sur la figure 17).

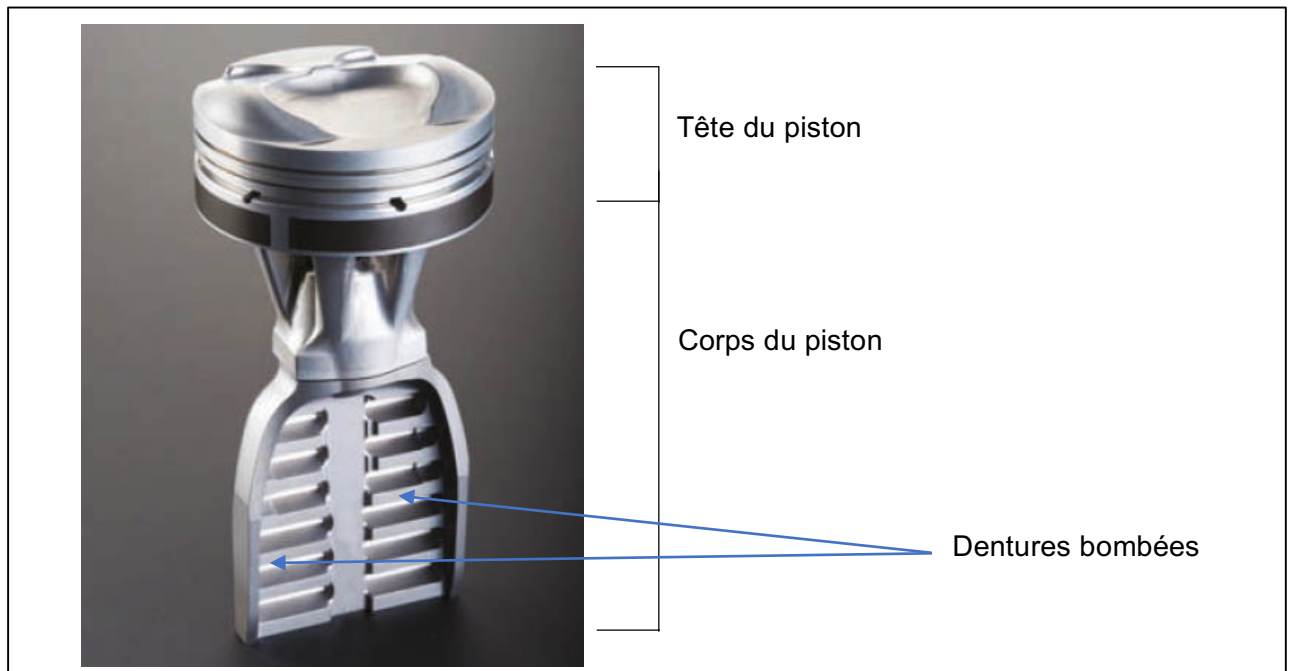


Figure 16 : Vue générale de la face droite du piston moteur

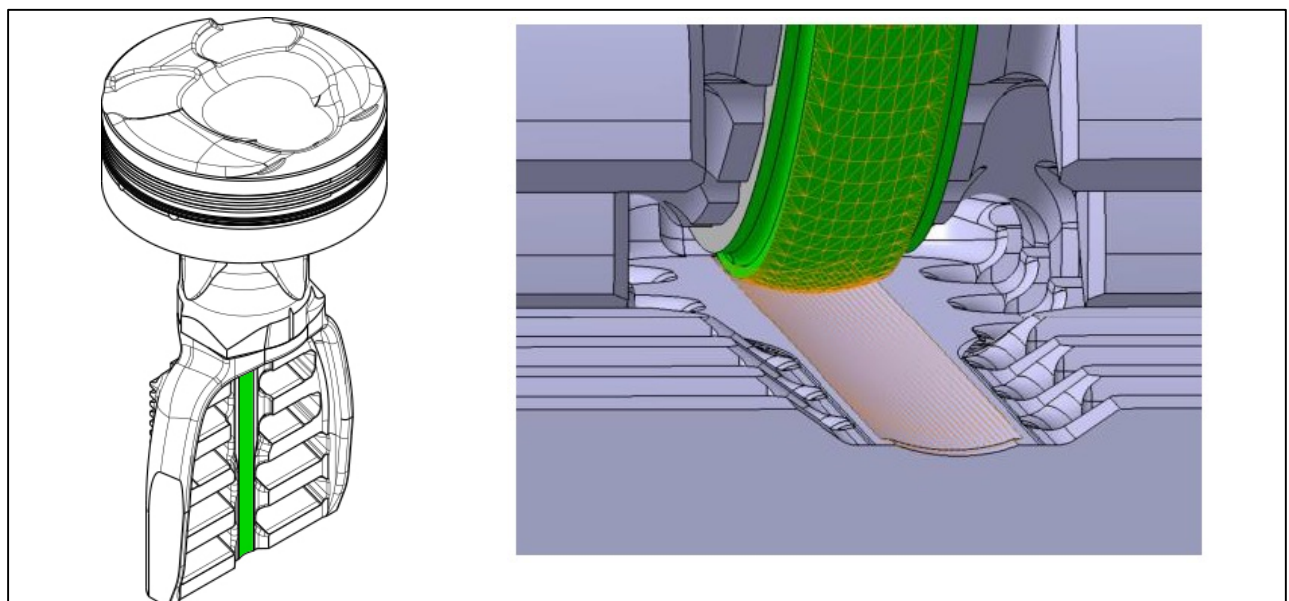


Figure 17 : Détail de la bande de roulement à profil sphérique

Sur sa face gauche (voir figure 18), le corps de piston est en contact avec le rouleau synchronisé sur trois zones : deux zones de contact cylindre-plan, appelées pistes de roulement + une rainure verticale entre ces pistes de roulement. Les deux crémaillères à denture fine observables de chaque côté ne sont là que pour garantir le roulement sans glissement, à chaque instant, du rouleau sur le corps de piston et éviter tout décalage durant le fonctionnement. Elles n'ont pas vocation à transmettre d'efforts importants.

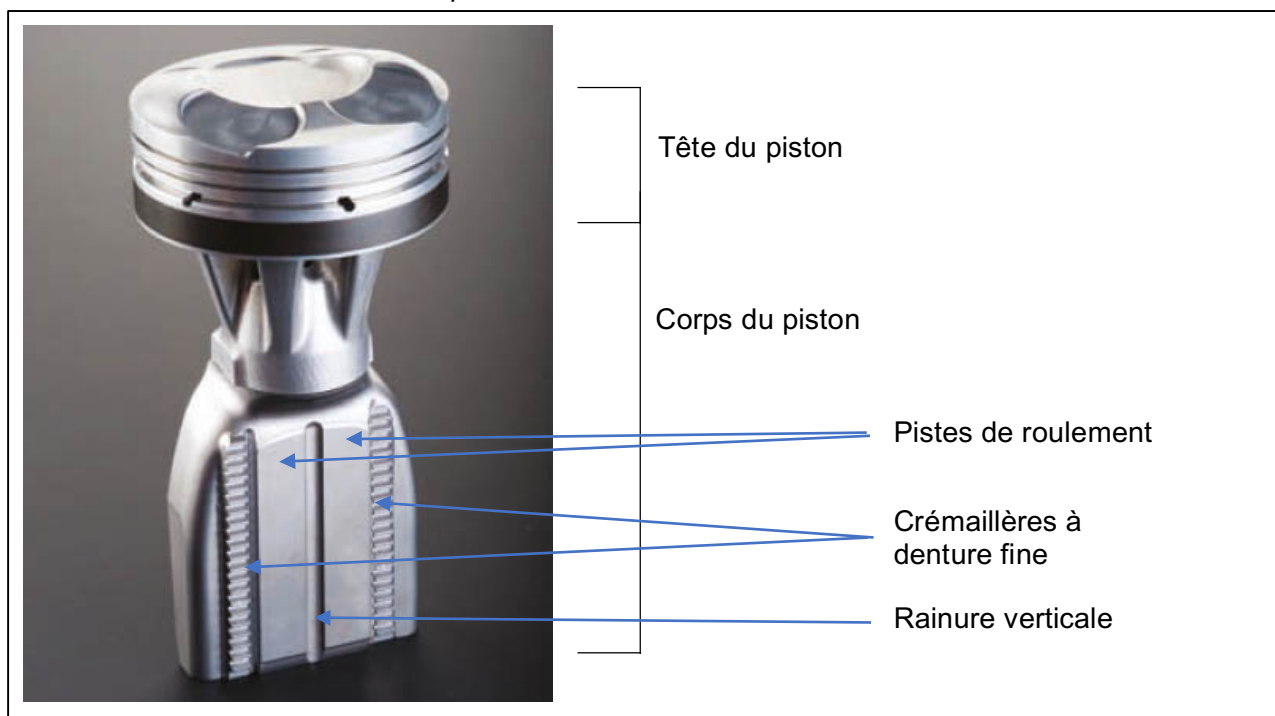


Figure 18 : *Vue générale de la face gauche du piston moteur*

Le rouleau synchronisé présente une géométrie complémentaire à la face gauche du corps du piston moteur : 2 cylindres pour rouler sur les pistes de roulement, 2 pignons à denture fine et un tenon vertical au milieu prévu pour être placé dans la rainure (voir figure 19).

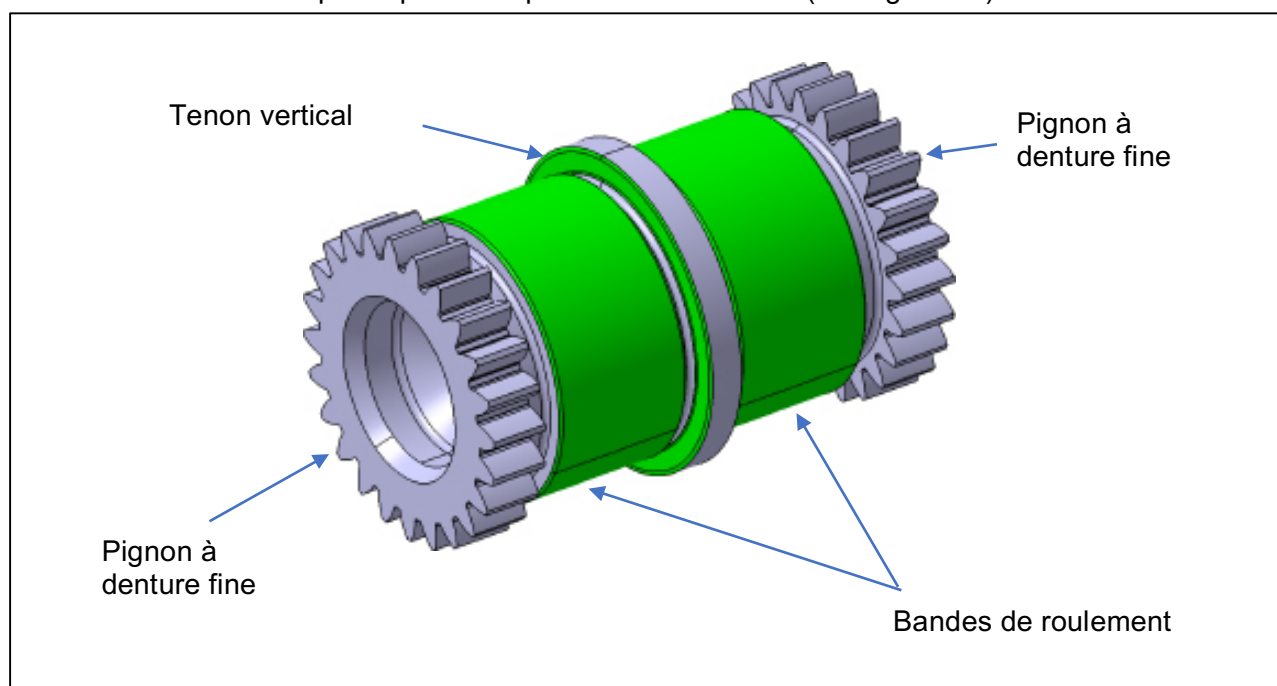


Figure 19 : *Rouleau synchronisé avec identification des zones de contact avec le piston moteur*

Concernant le rouleau synchronisé, il est également en contact avec la platine de synchronisation (solidaire du carter moteur) grâce aux mêmes 3 zones que précédemment (voir figure 20).

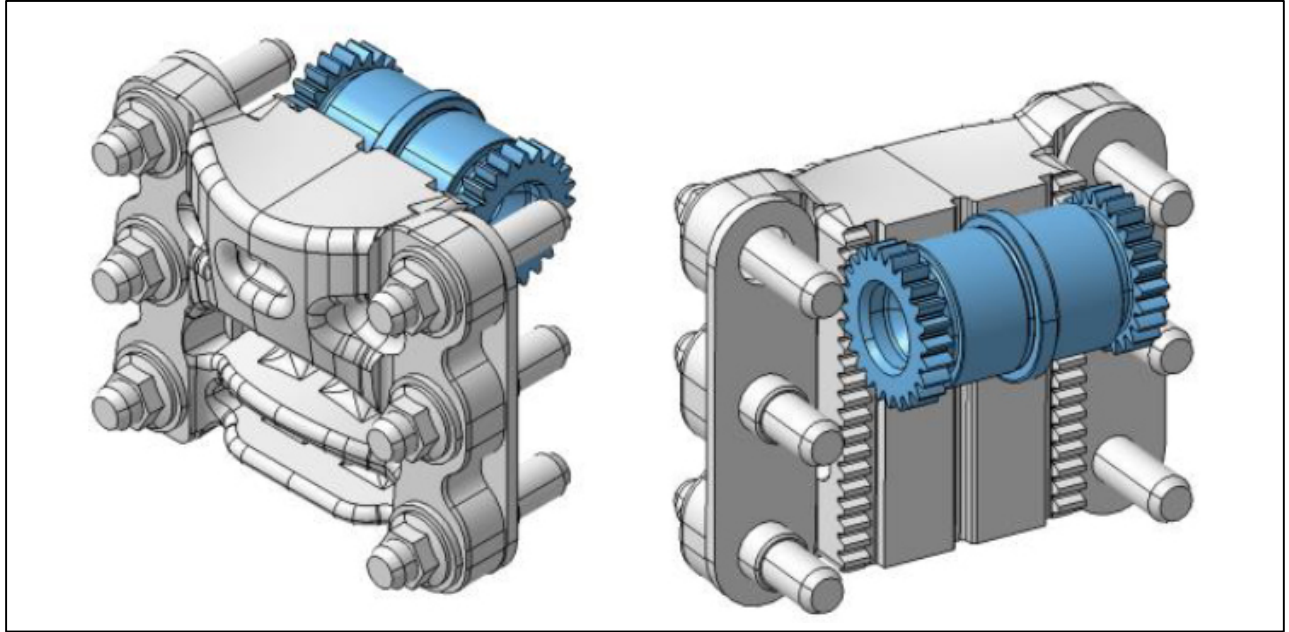


Figure 20 : Vue détaillée de la platine de synchronisation

Question 19 : Expliquer le rôle tenu par le tenon vertical pour le rouleau synchronisé et par la bande de roulement sphérique pour la roue d'engrenage dans le positionnement des pièces.

3.1 Etude dynamique du piston moteur

Objectif : Evaluer la longueur minimale de la jupe du piston moteur à maintenir pour assurer le fonctionnement correct dans le cas du moteur VCRI.

La jupe d'un piston moteur correspond à la partie basse de sa tête.

Dans les systèmes conventionnels, elle est souvent relativement longue. Quelle que soit la position de la bielle, il faut éviter tout coincement. Cela génère en particulier des pertes par frottement importantes au niveau du contact cylindrique entre la tête de piston et le carter.

Dans le système VCRI, la cinématique générale permet de raccourcir significativement la tête de piston et en particulier de raccourcir la jupe (voir figure 21) et ainsi d'améliorer le rendement.

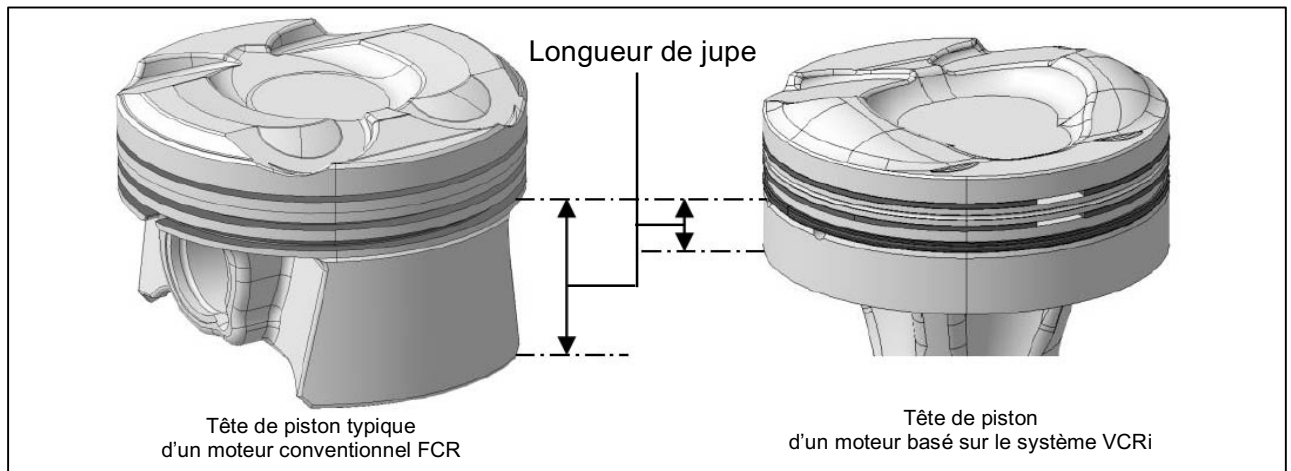


Figure 21 : Représentation comparative des têtes de piston moteur utilisées dans un moteur conventionnel FCR vs un moteur VCRI

Il sera donc question dans cette partie d'évaluer la longueur de jupe nécessaire permettant d'assurer le fonctionnement prévu du système VCRI à partir d'une étude des efforts rencontrés, efforts qui peuvent potentiellement générer des pertes par frottement.

Du fait de la symétrie générale du piston moteur et des pièces voisines, l'étude des efforts qu'il subit peut légitimement être faite dans le plan.

La figure 22 ci-dessous présente le paramétrage ainsi que les notations utilisées.

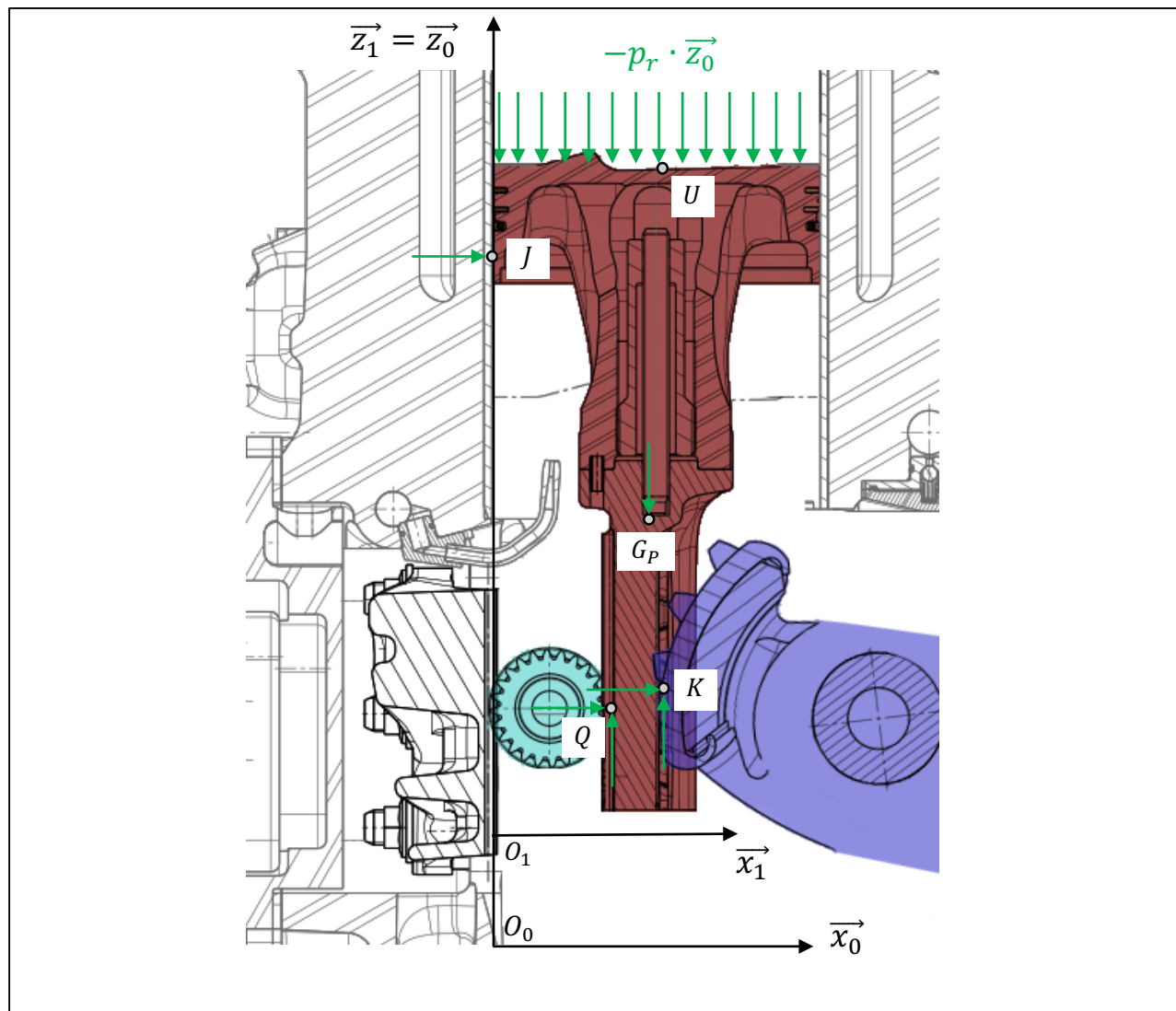


Figure 22 : Modélisation des actions sur le piston moteur

Le piston moteur est caractérisé par :

- son centre d'inertie noté G_P tel que $\overrightarrow{O_1 G_P} = x_G \cdot \vec{x}_1 + z_G \cdot \vec{z}_1$;
- sa masse, notée m_P ;

- son opérateur d'inertie $[I_{G_P, piston}] = \begin{bmatrix} A_P & 0 & 0 \\ 0 & B_P & 0 \\ 0 & 0 & C_P \end{bmatrix}_{B_1}$.

Paramétrage géométrique :

- le référentiel $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est considéré comme galiléen et lié au carter moteur ;
- le référentiel $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est lié au piston moteur. La position verticale du piston par rapport au carter sera ainsi notée $\vec{O}_0\vec{O}_1 = \lambda_1(t) \cdot \vec{z}_0$;
- la surface supérieure de la tête du piston est assimilée à un disque de centre U et de diamètre d . Le point U est repéré par $\vec{O}_1\vec{U} = \frac{d}{2} \cdot \vec{x}_1 + z_U \cdot \vec{z}_1$;
- le piston moteur subit sur sa face supérieure la pression présente dans la chambre de combustion notée p_r . La pression varie dans le temps en fonction de l'instant du cycle moteur mais elle est considérée comme homogène sur toute la surface à chaque instant ;
- le point J , en bordure extérieure de la tête de piston, sera le point de réduction des actions mécaniques du carter sur la tête de piston. Les coordonnées de J sont : $\vec{O}_1\vec{J} = z_J \cdot \vec{z}_1$;
- le point K est le point de contact entre la roue d'engrenage et la crémaillère. Il est le lieu du roulement sans glissement entre les deux pièces. Sa position verticale varie selon l'instant du cycle. Il est repéré par $\vec{O}_1\vec{K} = x_K \cdot \vec{x}_1 + z_K(t) \cdot \vec{z}_1$;
- le point Q est le point modélisant le contact entre le rouleau synchronisé et le piston moteur. Sa position verticale varie selon l'instant du cycle. Il est repéré par $\vec{O}_1\vec{Q} = x_Q \cdot \vec{x}_1 + z_Q(t) \cdot \vec{z}_1 = (x_K - L) \cdot \vec{x}_1 + z_Q(t) \cdot \vec{z}_1$ avec $L = 6mm$.

Paramétrage des actions mécaniques :

- la pesanteur est négligée face aux autres actions mécaniques en présence ;
- l'action mécanique en K est modélisée par un effort possédant deux composantes respectivement F_{Kx} selon \vec{x}_1 et F_{Kz} selon \vec{z}_1 ;
- l'action mécanique en Q est modélisée par un effort possédant deux composantes respectivement F_{Qx} selon \vec{x}_1 et F_{Qz} selon \vec{z}_1 ;
- l'action mécanique en J est modélisée par un effort possédant une unique composante F_{Jx} selon \vec{x}_1 . En effet, les frottements dans ce contact sont supposés négligeables ;
- l'action mécanique due à la pression dans la chambre de combustion est modélisée par un glisseur en U de résultante $-F_{Uz}$ selon \vec{z}_1 .

Question 20 : Exprimer l'effort F_{Uz} en fonction de p_r et des caractéristiques géométriques du problème.

Question 21 : Justifier la forme de l'opérateur d'inertie $[I_{Gp, piston}]$.

Question 22 : A partir des théorèmes généraux de la dynamique, exprimer F_{Jx} en fonction des efforts F_{Kx}, F_{Qz}, F_{Kz} , de p_r et des caractéristiques du piston.

Question 23 : Justifier que le piston moteur soit fabriqué de façon à ce que $x_K = x_G = \frac{d}{2}$.
Donner alors l'expression simplifiée de F_{Jx} .

Afin de simplifier l'analyse, on considère en plus qu'au cours du mouvement le décalage d'altitude entre Q et K reste suffisamment faible pour être négligé : $z_Q \approx z_K$.

Question 24 : Montrer que dans ces conditions : $F_{Jx} = \frac{L}{z_Q - z_J} \cdot F_{Qz}$.

3.2 Etude du rouleau synchronisé

Du fait de la symétrie générale du rouleau synchronisé et des pièces voisines, l'étude des efforts qu'il subit peut être également faite dans le plan.

La figure 23 ci-dessous présente le paramétrage ainsi que les notations utilisées.

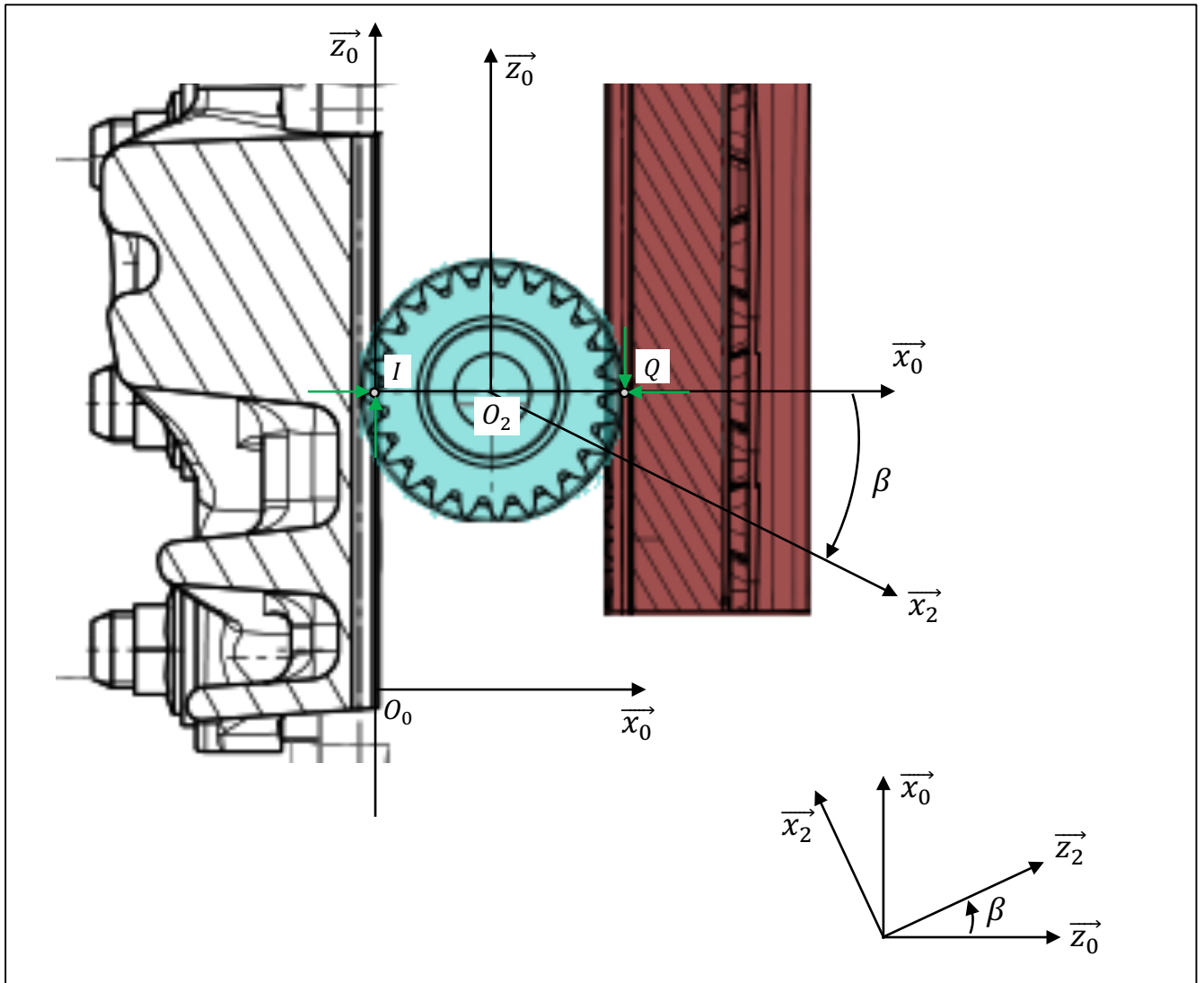


Figure 23 : Modélisation des actions sur le piston moteur

Le rouleau synchronisé est caractérisé par :

- son centre d'inertie O_2 ;
- sa masse notée m_r , avec $m_r \approx 100g$;

- son opérateur d'inertie $[I_{O_2,roul}] = \begin{bmatrix} A_r & 0 & 0 \\ 0 & B_r & 0 \\ 0 & 0 & A_r \end{bmatrix}_{B_2}$

soit numériquement (en $g \cdot mm^2$) : $[I_{O_2,roul}] \approx \begin{bmatrix} 22000 & 0 & 0 \\ 0 & 6000 & 0 \\ 0 & 0 & 22000 \end{bmatrix}_{B_2}$.

Paramétrage géométrique :

- le référentiel $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est considéré comme galiléen et lié au carter moteur ;
- le référentiel $R_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est lié au rouleau synchronisé, il est caractérisé par : $\vec{O}_0\vec{O}_2 = R_S \cdot \vec{x}_0 + \lambda_2(t) \cdot \vec{z}_0$, sa rotation est notée β telle que $(\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2) = \beta$;
- le point Q est le point modélisant le contact entre le rouleau synchronisé et le piston moteur. Sa position verticale varie selon l'instant du cycle. Il est repéré par $\vec{O}_2\vec{Q} = R_S \cdot \vec{x}_0$;
- le point I est le point modélisant le contact entre le rouleau synchronisé et la platine du carter. Sa position verticale varie selon l'instant du cycle. Il est repéré par $\vec{O}_2\vec{I} = -R_S \cdot \vec{x}_0$ avec $R_S = 10mm$.

Paramétrage des actions mécaniques :

- la pesanteur est négligée face aux autres actions mécaniques en présence ;
- l'action mécanique en I est modélisée par un effort possédant deux composantes respectivement F_{Ix} selon \vec{x}_0 et F_{Iz} selon \vec{z}_0 ;
- l'action mécanique en Q est modélisée par un effort possédant deux composantes respectivement $-F_{Qx}$ selon \vec{x}_0 et $-F_{Qz}$ selon \vec{z}_0 .

Question 25 : Exprimer la relation de roulement sans glissement entre le rouleau et la platine en I et en déduire l'expression de $\dot{\lambda}_2$ en fonction de $\dot{\beta}$.

Question 26 : Exprimer la relation de roulement sans glissement entre le rouleau et le corps du piston en Q et en déduire l'expression de $\dot{\lambda}_1$ en fonction de $\dot{\beta}$.

Question 27 : Montrer alors que $\dot{\lambda}_1 = 2 \cdot \dot{\lambda}_2$.

Question 28 : En appliquant le théorème d'énergie-puissance, exprimer F_{Qz} en fonction de $\ddot{\lambda}_2$ et des caractéristiques du rouleau synchronisé.

Question 29 : Déduire des questions 24 et 28 l'expression de F_{Jx} en fonction $\ddot{\lambda}_2$.

En fonctionnement et de manière approximative, l'accélération du piston moteur peut atteindre $\ddot{\lambda}_1 \approx 2000 \cdot g$ tandis que l'écart vertical entre J et Q varie d'environ 40mm :
 $|z_Q - z_J|_{min} \approx 80mm$ et $|z_Q - z_J|_{max} \approx 120mm$.

Question 30 : Evaluer numériquement F_{Jx} .

Question 31 : Rappeler les caractéristiques de la modélisation des frottements dans le modèle de Coulomb.

Question 32 : A la lumière des valeurs obtenues dans les questions précédentes, discuter de la pertinence de l'hypothèse négligeant les frottements entre le piston moteur et le carter en J .

Afin d'avoir des valeurs plus précises, une série de simulations sur deux systèmes équivalents (un FCR et un VCRI) est menée. Une partie des résultats est proposée sur la figure 24.

L'ensemble des courbes proposées est tracé en fonction de la position angulaire du vilebrequin. Ainsi en considérant une amplitude de 2 tours, cela permet de couvrir les 4 temps caractéristiques du moteur.

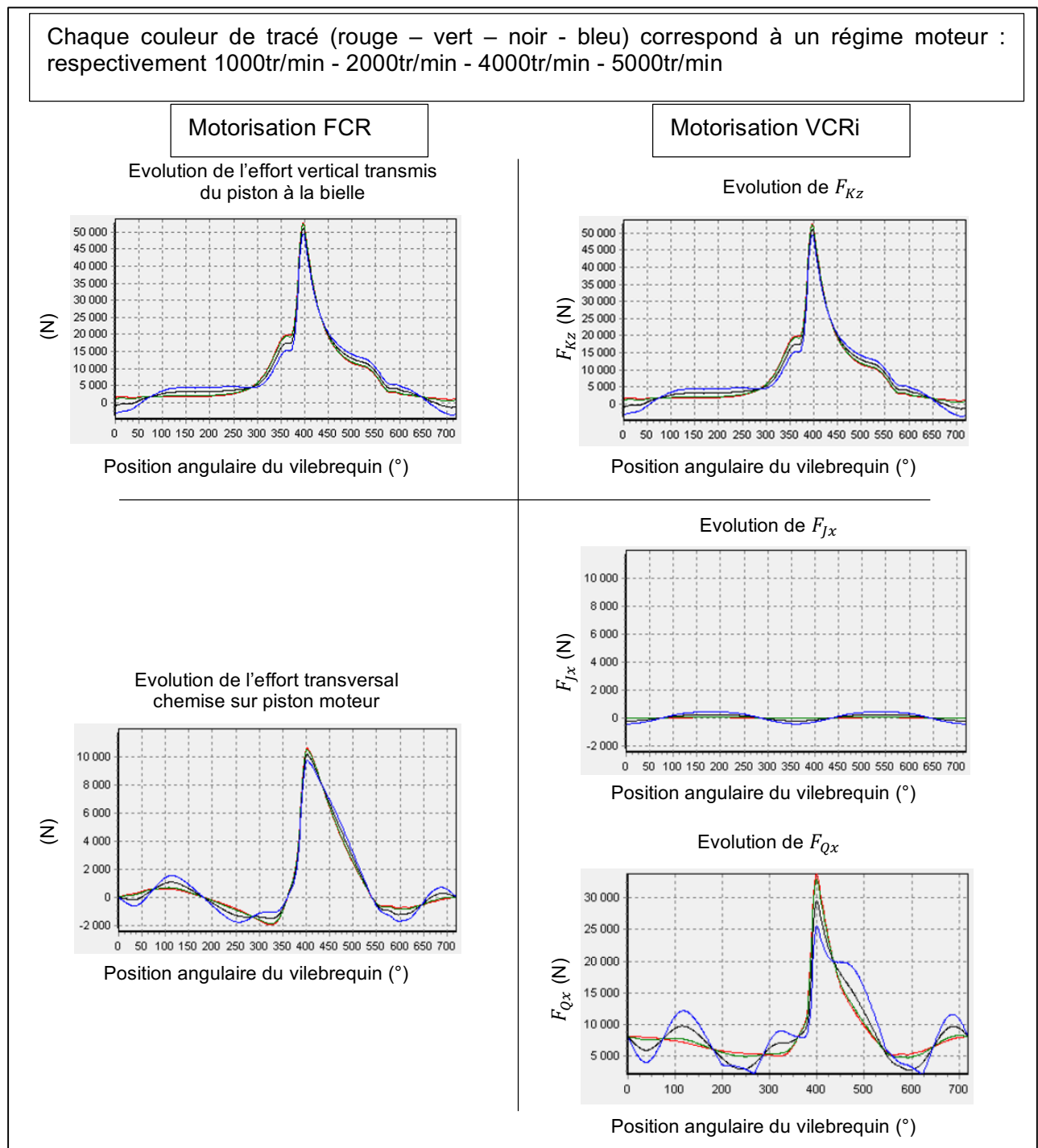


Figure 24 : Courbes d'effort simulé comparées pour plusieurs régimes

Question 33 : Justifier l'importance de conserver, dans la motorisation VCRI, un effort F_{Kz} équivalent à l'effort vertical transmis à la bielle d'une motorisation FCR.

Question 34 : Justifier la forme de la courbe donnant l'évolution de F_{Jx} .

On constate en revanche que le rouleau synchronisé doit supporter un effort selon \vec{x}_0 bien plus important que l'effort transversal dans un moteur FCR.

Question 35 : Proposer au moins une explication sur l'origine de cette forte amplitude de F_{Qx} .

Question 36 : Discuter de l'influence de F_{Qx} sur le rendement général du système.

4 Maintien de l'isostatisme simultanément sur le système de transmission de puissance et de réglage

4.1 Présence du vérin presseur

Objectif : Justifier la nécessité du vérin presseur afin de garantir l'isostatisme de la transmission.

Dans cette phase d'étude, le réglage du taux de compression est considéré comme bloqué.

La figure 10 fait apparaître un vérin presseur (numéroté 8) qui n'a pas directement de fonction dans la transmission de la puissance motrice et pas non plus de fonction dans le réglage du taux de compression. Il s'agit donc pour cette partie d'en cerner la fonction.

Pour vérifier l'état de contrainte interne, une modélisation schématisée de l'ensemble des pièces mobiles a été mise en place et représentée sur la figure 25.

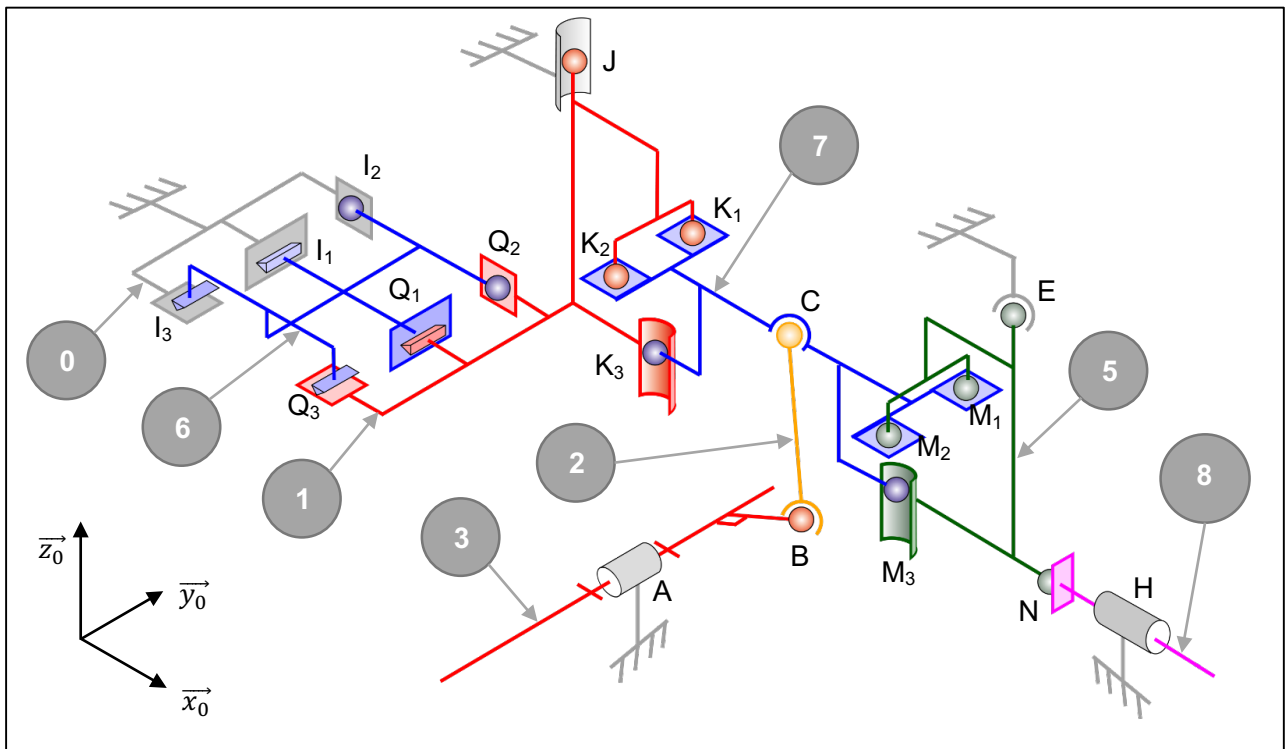


Figure 25 : Schéma cinématique de l'ensemble mobile du système VCRI

Nomenclature :

0 : Carter

1 : Piston moteur

2 : Bielle

3 : Vilebrequin

5 : Piston de commande

6 : Rouleau synchronisé

7 : Roue d'engrenage

8 : Piston presseur

La mobilité utile du système correspond à la rotation de 3, qui par l'intermédiaire de 2 et 7 va permettre la translation verticale de 1 et également de 6.

Question 37 : Identifier les deux mobilités internes présentes dans cette modélisation.

Question 38 : Mettre en place le graphe des liaisons du système modélisé sur la figure 25 en précisant les caractéristiques de chaque liaison : nom, point d'application et direction.

Question 39 : Calculer le nombre de boucles présentes dans la modélisation proposée (aussi appelé nombre cyclomatique).

Question 40 : Calculer le degré d'hyperstatisme de cette modélisation et conclure sur le respect de l'exigence d'isostatisme du cahier des charges.

Question 41 : Décrire succinctement le rôle du vérin presseur et son intérêt pour le système par rapport à un appui direct du piston de commande 5 sur le carter 0.

Historiquement, plusieurs versions de ce vérin presseur ont été envisagées.

Les figures 26 et 27 représentent respectivement la version actuelle et la version imaginée à l'origine.

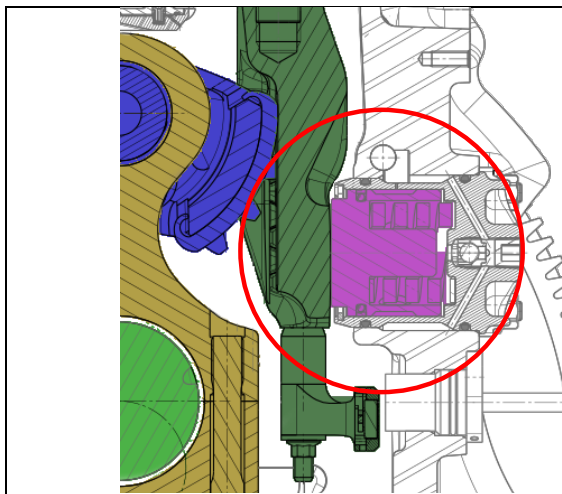


Figure 26 : *Solution technique actuelle*



Figure 27 : *Solution technique précédente*

La crémaillère de commande présente une surface bombée pour le contact avec la tête du piston qui elle est plane. Il s'agit donc d'un contact sphère-plan, contact que l'on retrouve bien en N sur la figure 25 et qui a été extrait sur la figure 28.

La crémaillère de commande est en liaison plan sur plan avec une pièce intermédiaire qui est elle-même en liaison sphérique avec le piston presseur. Une modélisation est proposée sur la figure 29.

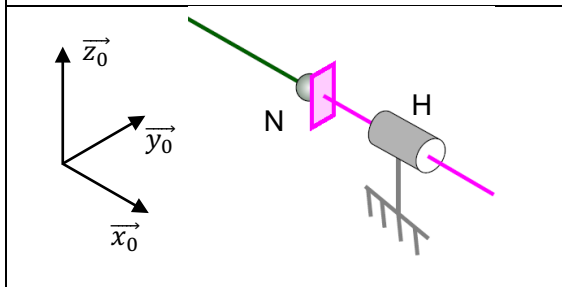


Figure 28 : *Schéma cinématique de la solution actuelle*

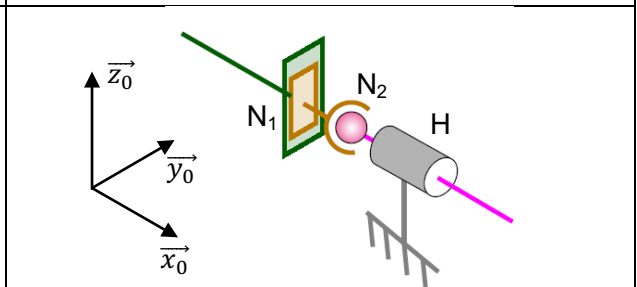


Figure 29 : *Schéma cinématique de la solution précédente*

Question 42 : La solution actuelle est visiblement plus simple puisqu'elle est composée de moins de pièces. Démontrer par le calcul que ces deux solutions sont bien équivalentes sur le plan cinématique.

4.2 Dimensionnement du vérin presseur

Objectif : Évaluer les caractéristiques du vérin presseur.

Le système de vérin presseur permet de maintenir les pièces en contact en exerçant un effort sur le dos de la crémaillère de commande. L'effort exercé par le vérin presseur est variable au cours du temps : il s'adapte automatiquement pour contrer les efforts fluctuants générés par le système de transmission de puissance.

La première étape de calcul est donc de connaître l'effort que doit exercer le vérin presseur sur le piston de commande.

4.2.1 Calcul de l'effort d'équilibrage du piston de commande

Le piston de commande contrairement au piston moteur ne se déplace que très peu : faible amplitude de déplacement et déplacements seulement lors des changements de taux de compression.

Il est donc possible de le considérer comme immobile pour cette étude.

Les symétries des pièces et actions mécaniques présentes permettent de simplifier l'étude volumique en une étude dans le plan.

Le piston de commande est soumis à quatre actions mécaniques venant des quatre composants avec lesquels il est en contact : la roue d'engrenage en M , le vérin presseur en N , le carter en E et le fluide sur la surface du piston (voir figure 30).

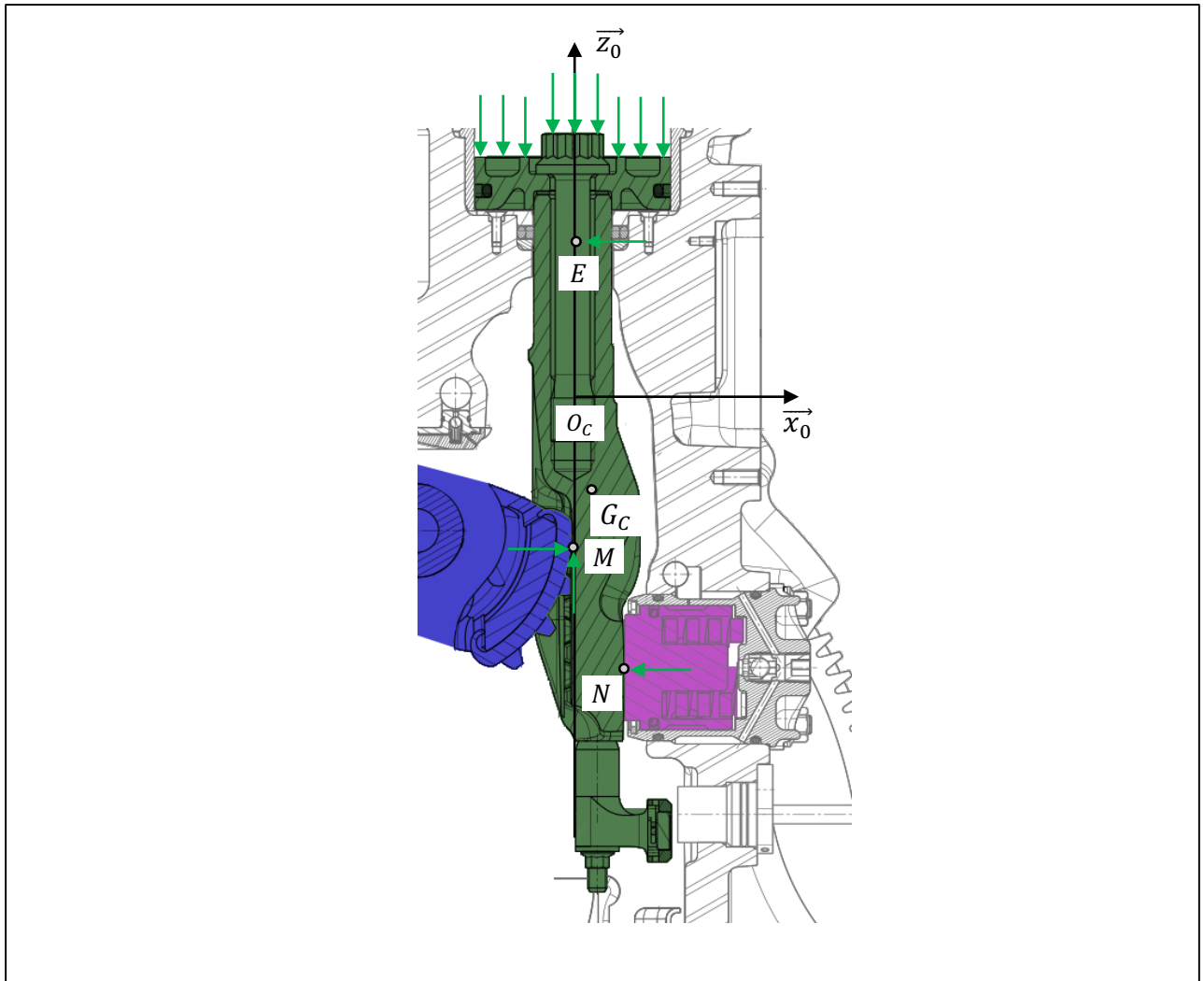


Figure 30 : Représentation des efforts sur le piston de commande

Le piston de commande est caractérisé par :

- son centre d'inertie G_C ;
- sa masse notée m_C ;
- sa tête dont la section est de rayon R_C .

Paramétrage géométrique :

- le référentiel $R_0(O_C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est considéré comme galiléen ;
- le centre d'inertie G_C est repéré par $\vec{O_C G_C} = x_{GC} \cdot \vec{x}_0 - z_{GC} \cdot \vec{z}_0$;
- le point M est le point modélisant le contact entre la roue d'engrenage et le piston de commande. Sa position verticale varie selon l'instant du cycle.
Il est repéré par $\vec{O_C M} = -z_M(t) \cdot \vec{z}_0$ avec z_M variant de 45 mm à 85 mm ;
- le point N est le point modélisant le contact entre le piston de commande et le vérin presseur. Sa position verticale ne varie que lorsqu'un changement du taux de compression est demandé, elle sera donc considérée constante dans cette étude.
Le point N est repéré par $\vec{O_C N} = x_N \cdot \vec{x}_0 - z_N \cdot \vec{z}_0$ avec $x_N = 15\text{mm}$ et $z_N = 90\text{mm}$;
- le point E est le point modélisant le contact entre le piston de commande et le carter.
Il est repéré par $\vec{O_C E} = z_E \cdot \vec{z}_0$ avec $z_E = 40\text{mm}$.

Paramétrage des actions mécaniques :

- la pesanteur est négligée face aux autres actions mécaniques en présence ;
- l'action mécanique en M est modélisée par un effort possédant deux composantes respectivement F_{Mx} selon \vec{x}_0 et F_{Mz} selon \vec{z}_0 à cause de l'angle de pression des dentures ;
- l'action mécanique en N est modélisée par un effort possédant une seule composante $-F_{Nx}$ selon \vec{x}_0 car il provient d'un contact ponctuel de normale \vec{x}_0 ;
- l'action mécanique en E est modélisée par un effort possédant une seule composante $-F_{Ex}$ selon \vec{x}_0 ;
- la pression dans la chambre de commande est notée p_c et est supposée homogène. Elle exerce sur la tête du piston un glisseur selon (E, \vec{z}_0) noté $-F_{Ez}$.

Question 43 : Déterminer, à l'aide des théorèmes généraux, l'expression de F_{Nx} en fonction de F_{Mx} et des grandeurs géométriques du piston de commande.

Les simulations informatiques ont permis de connaître les variations de la composante F_{Mx} au cours d'un cycle de fonctionnement. Cette évolution est donnée sur la figure 31.

Question 44 : A partir de la figure 31 et des résultats précédents, évaluer numériquement la plage de variation de l'amplitude de F_{Nx} .

Chaque couleur de tracé (rouge - vert - noir - bleu) correspond à un régime moteur : respectivement 1000tr/min - 2000tr/min - 4000tr/min - 5000tr/min

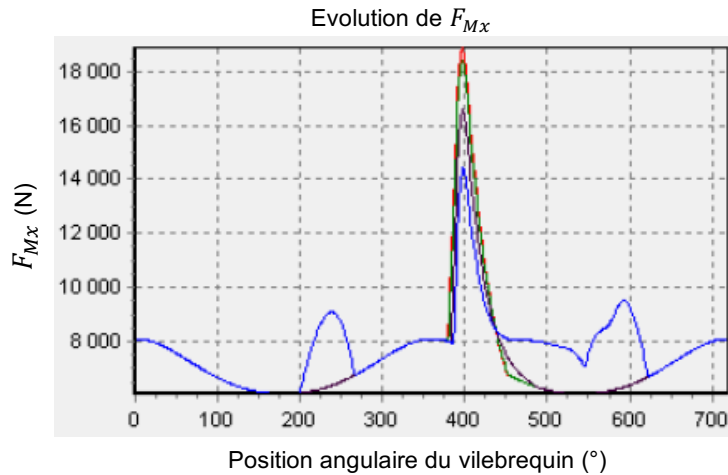


Figure 31 : Tracé de F_{Mx} pour plusieurs régimes de fonctionnement

4.2.2 Calcul du diamètre du piston du vérin presseur

Le vérin presseur est un vérin hydraulique avec précontrainte mécanique. L'effort exercé par le piston est dû à un ressort interne précontraint et un fluide hydraulique (de l'huile) sous pression (voir figure 32).

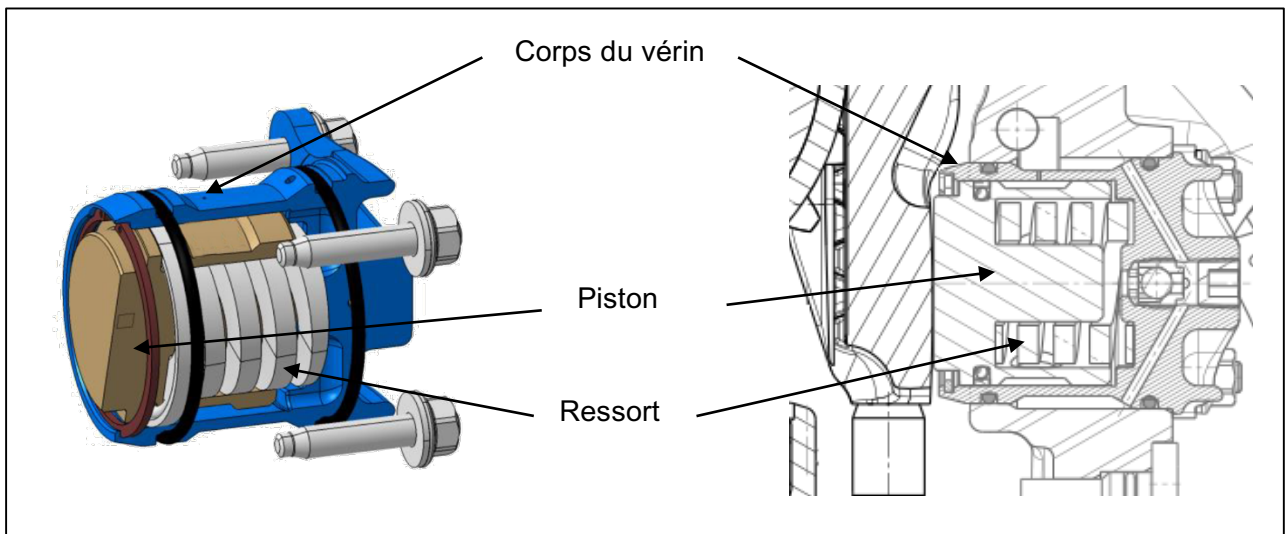


Figure 32 : Vérin presseur : écorché et vue en coupe

Le ressort permet de garantir une poussée minimale en cas de défaillance du système hydraulique. Il maintient constamment une poussée F_R de 6 000 N.

La pression hydraulique permet ensuite de compléter l'effort de poussée du ressort selon la nécessité et également de garantir une rigidité importante à la compression.

La pression de fonctionnement dans le vérin est maintenue à 30 bar minimum et peut monter à 270 bar au moment de l'explosion dans la chambre du piston moteur.

Question 45 : Le piston proposé pour le vérin presseur possédant un rayon de 15 mm, conclure sur son adéquation avec les besoins du système.

Question 46 : Justifier la nécessité du ressort en tant qu'« organe de sécurité ».

5 Modélisation de la commande du taux de compression

5.1 Asservissement simple de la commande du taux de compression

Objectif : Établir le comportement du système en boucle fermée pour en estimer les performances.

Le système de commande de taux est représenté schématiquement sur la figure 33 ci-dessous :

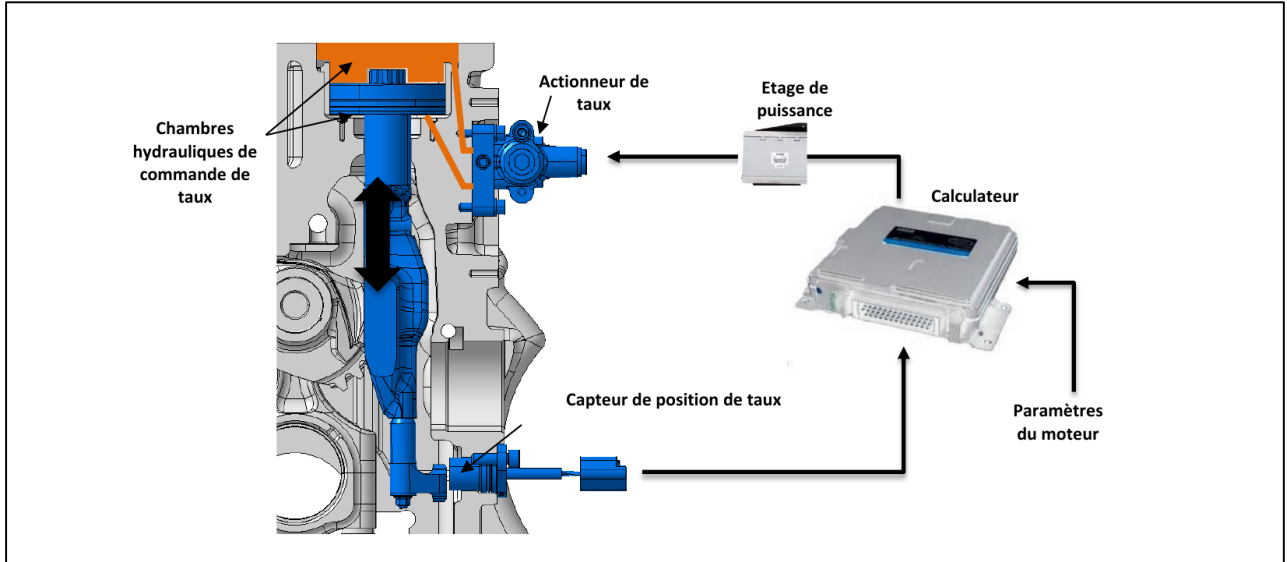


Figure 33 : Représentation du système de commande considéré

En vue de la réalisation d'un asservissement du taux de compression, un capteur à effet Hall est placé en bas du vérin de commande de taux de compression (capteur de position de taux sur la figure 33).

Question 47 : Décrire le fonctionnement d'un capteur à effet Hall. Que faut-il rajouter au piston de commande au niveau la zone en regard du capteur ?

Le fournisseur du capteur a effectué des essais pour obtenir la réponse du capteur en utilisation réelle :

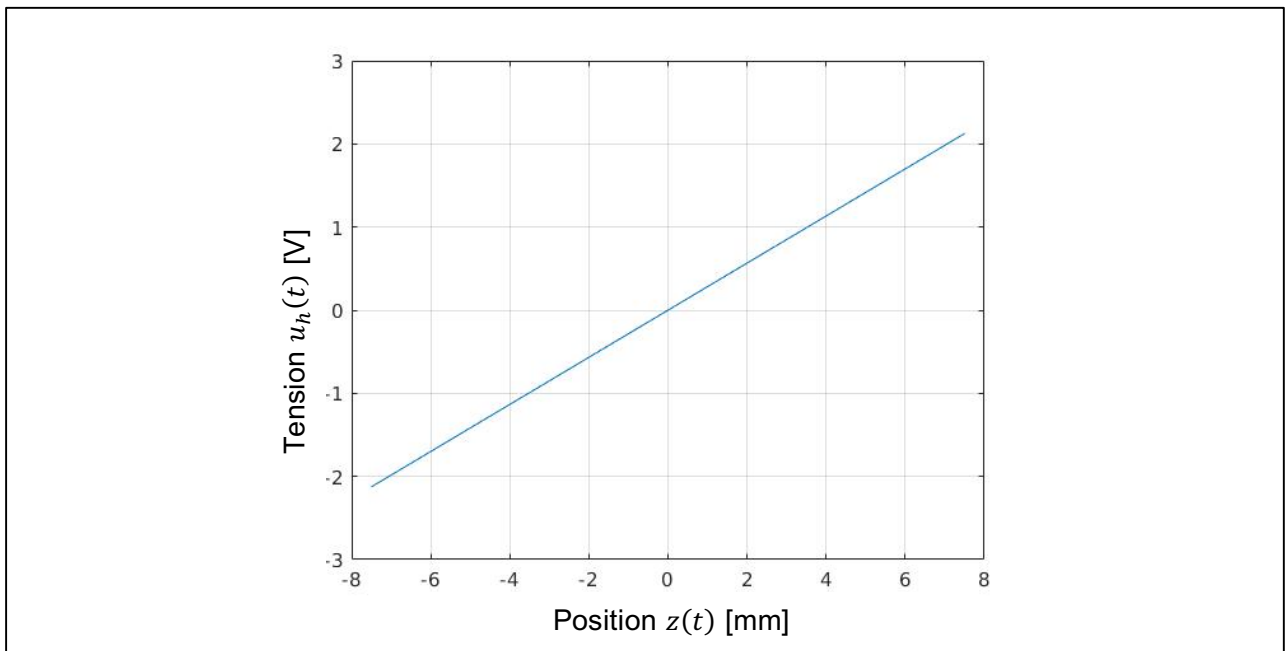


Figure 34 : Réponse du capteur à effet Hall ($u_h(t)$ [V] en fonction de la position $z(t)$ [mm])

Le capteur à effet Hall délivre une tension notée $u_h(t)$ fonction de $z(t)$, la position du piston selon l'axe \vec{z}_O .

Question 48 : En vous basant sur les mesures expérimentales (figure 34), proposer la loi de comportement du capteur à effet Hall dans le domaine de Laplace notée

$$H_h(p) = \frac{U_h(p)}{Z(p)}.$$

On fera par la suite l'hypothèse que la fonction de transfert du piston de commande de taux est de la forme : $H_m(p) = \frac{Z(p)}{M_{inf}(p)} = \frac{A}{1+B \cdot p + C \cdot p^2}$ avec $B = 10^{-1}$ [s], $C = 10^{-2}$ [s²] et $A = 10$ [m.kg⁻¹] et où $M_{inf}(t)$ est la masse de fluide dans la chambre inférieure.

De plus le débit dans la chambre inférieure sera noté $Q_{inf}(t) = \frac{d(M_{inf}(t))}{dt}$.

Le temps de réponse à la tension $u_r(t)$ de l'électrovanne de commande qui fournit le débit $Q_{inf}(t)$ est suffisamment faible pour pouvoir modéliser son comportement comme un gain pur K_e .

Le signal d'écart $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_h(t)$ est amplifié au travers d'un correcteur considéré dans un premier temps comme un amplificateur de gain K_c .

Au final $u_c(t)$ est l'image de la consigne $z_c(t)$ permettant de viser un taux de compression donné avec la même fonction de transfert $H_h(p) = \frac{U_c(p)}{Z_c(p)}$.

La modélisation de cet asservissement est représentée sur la figure 35.

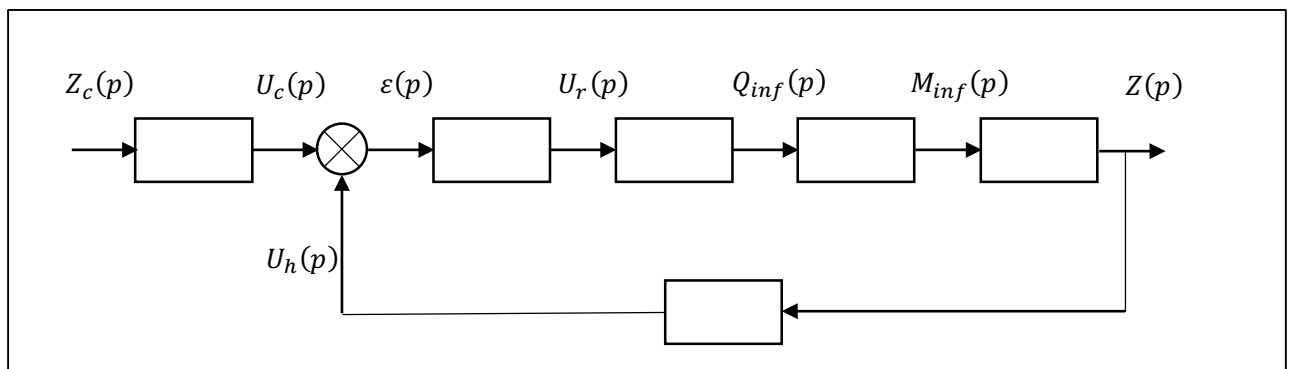


Figure 35 : Modélisation du système de commande de taux de compression

Question 49 : Compléter sur le document réponse DR3 la représentation du système sous forme de schémas blocs. Préciser l'unité physique des entrées/sorties de chaque bloc sous la forme : [unité].

Question 50 : Transformer le schéma de la figure 35 en système à retour unitaire.

Question 51 : Préciser la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) et la mettre sous la forme canonique.

Question 52 : Quelle est la précision de ce système pour une entrée échelon unitaire ?

Question 53 : Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée (FTBF) du système et la mettre sous la forme canonique.

On suppose par la suite que la FTBF du système est très proche d'un système du second ordre. Un essai a été réalisé avec une consigne de type échelon. On fournit la réponse temporelle sur la figure 36 :

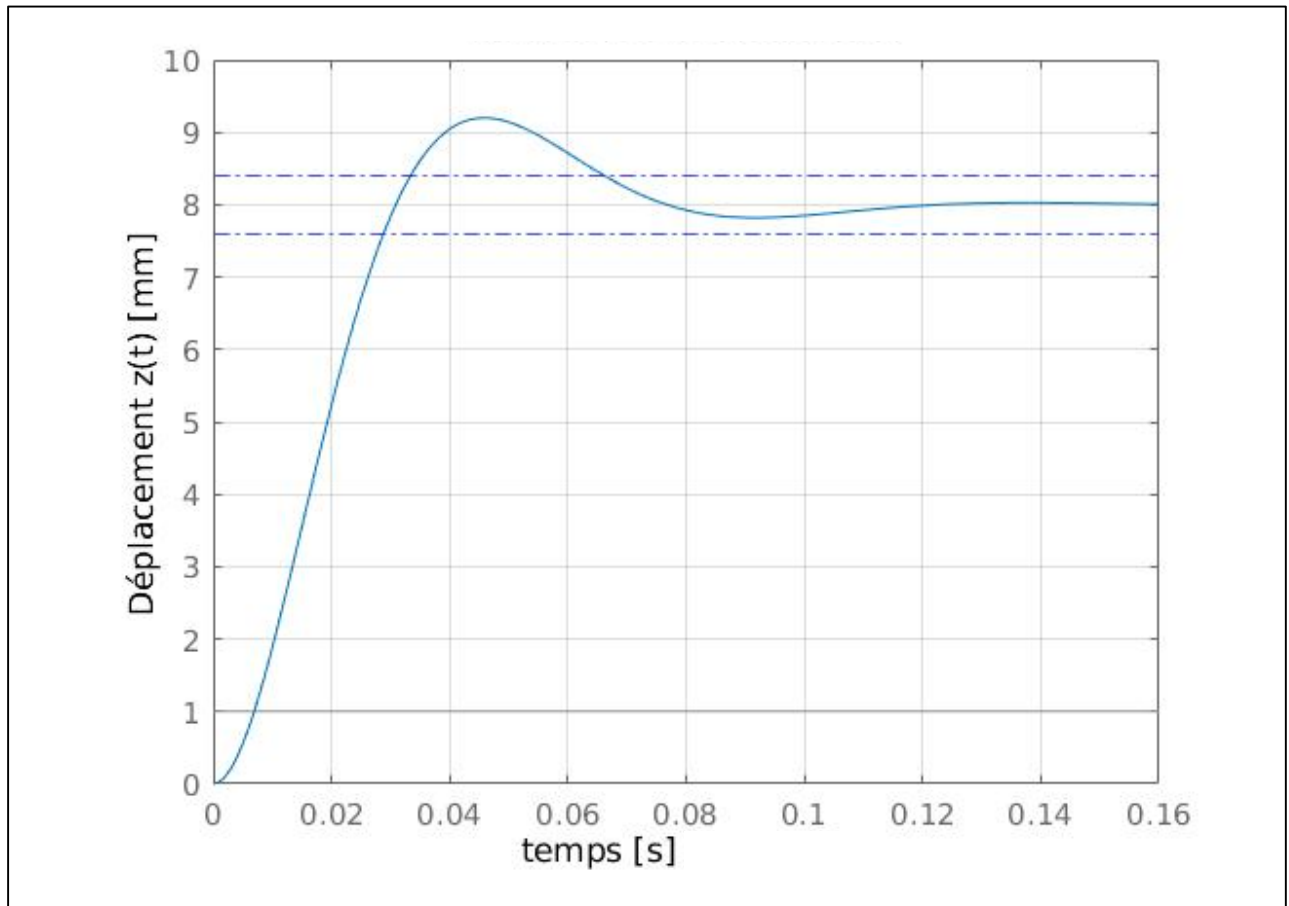


Figure 36 : Réponse à un échelon $z_c(t) = 8\text{mm}$. En traits discontinus est représentée la bande de réponse à $\pm 5\%$ de la consigne

Question 54 : Déterminer graphiquement le temps de réponse à 5% $t_{5\%}$, la valeur du premier dépassement D_1 et la pseudo pulsation ω_p .

Question 55 : En déduire le gain statique, le coefficient d'amortissement et la pulsation propre de la FTBF.

On joue maintenant sur le gain K_c pour respecter le cahier des charges. L'oscillation maximale du piston de commande ne doit pas dépasser **0,3mm maximum** et le déplacement complet doit être effectué en **moins de 100ms**.

On peut approximer le temps de réponse à x% d'une fonction F connaissant le pôle (ou le couple de pôles) dominant p_{dom} : $t_{x\%} = \frac{\ln(100/x)}{|\Re_e(F(p_{dom}))|}$.

Question 56 : En vous appuyant sur l'identification précédente et les abaques de la figure 37, du temps de réponse réduit $T_r \cdot \omega_n$ et du dépassement D d'un système du second ordre, proposer une valeur de K_c permettant de respecter le cahier des charges.

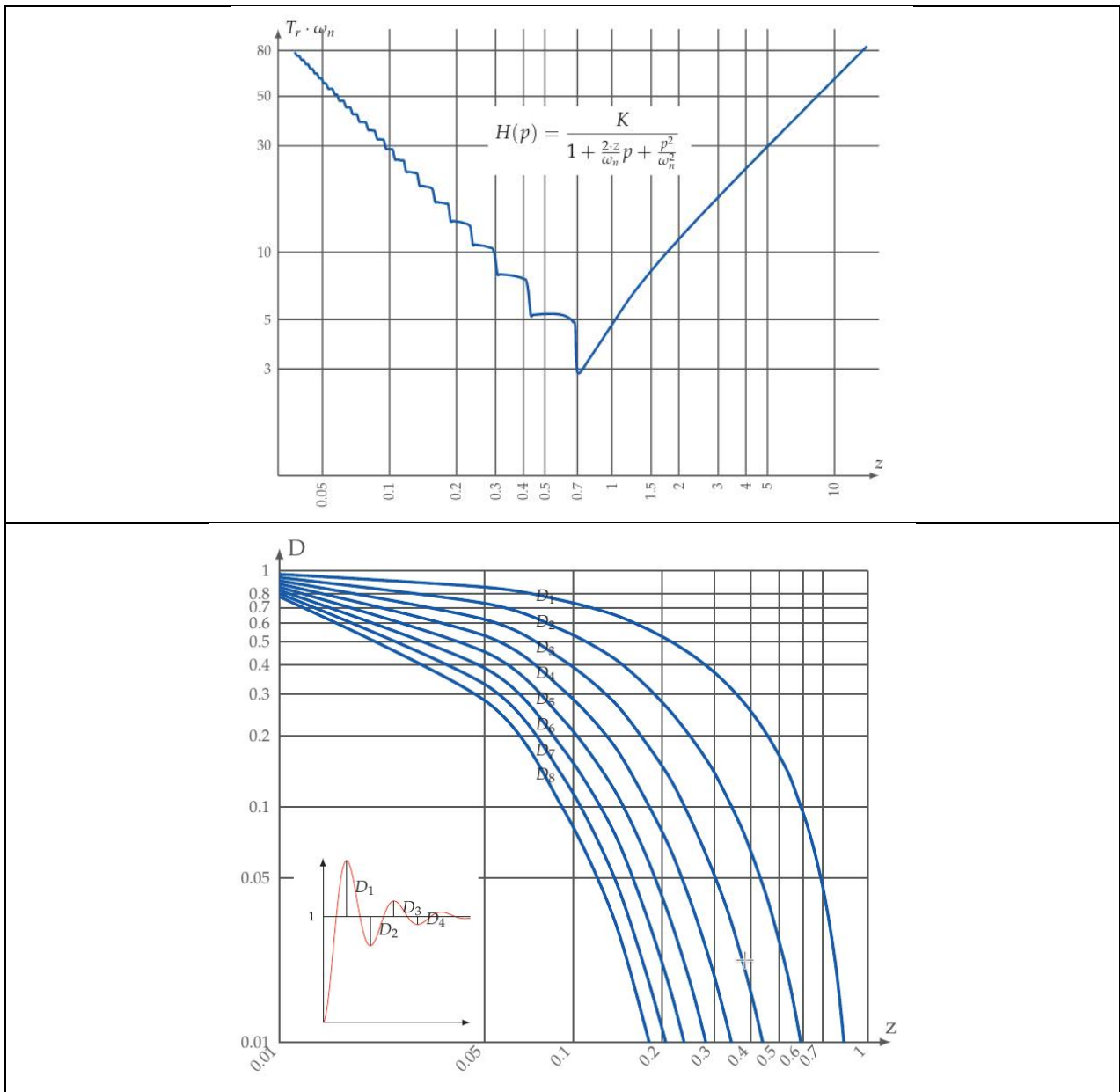


Figure 37 : figure du haut : abaque du temps de réponse réduit d'un second ordre en fonction du coefficient d'amortissement, figure du bas : abaque du dépassement en fonction du facteur d'amortissement

Question 57 : Représenter la FTBF asymptotique et l'allure de la courbe réelle ainsi obtenue sur le diagramme de Bode du document réponse DR4.

La consigne de taux de compression ne sera atteinte qu'au bout de n_c cycles (rotation de 720° du vilebrequin) favorables. On considère par la suite le passage d'un taux de 15 :1 à 6 :1, soit une course de 8mm du piston de commande ainsi qu'une durée de « phase favorable » par cycle à 4000 tours / minute de $2 \cdot 10^{-3}$ s.

Question 58 : Quelle devra-être la forme du signal de commande pour chaque cycle ?

Question 59 : En vous appuyant sur la figure 36, préciser n_c .

6 Mise en place d'une correction réglable

6.1 Ajout d'une correction donnée à régler

Objectif : Assurer le fonctionnement conformément au cahier des charges lors des transitions de taux de compression.

On souhaite atteindre un temps de transition de taux de compression de 15 :1 à 6 :1 en dessous de 100ms à 4000 tours / minute, l'oscillation du piston de commande de taux de compression ne devant pas dépasser 0,3mm.

On met en place un correcteur par avance de phase de la forme

$$C(p) = K_p \cdot \frac{1+\alpha\tau p}{1+\tau p} \text{ avec } \alpha > 1.$$

Question 60 : Montrer que le correcteur admet un maximum de phase φ_{max} pour une pulsation ω_φ .

Question 61 : Déterminer ω_φ en fonction de α et τ .

Question 62 : Montrer que $\sin(\varphi_{max}) = \frac{\alpha-1}{\alpha+1}$.

Question 63 : Montrer que le gain en basse fréquence est alors $G_{bf} = 20 \cdot \log(K_p)$.

On considère les valeurs $K_p = 0.5$, $\alpha = 3$ et $\tau = 25 \cdot 10^{-4}$.

Question 64 : Pour ce jeu de valeurs, donner la représentation asymptotique ainsi que l'allure de la courbe réelle dans le plan de Bode du correcteur seul $C(p)$ sur le document réponse DR5.

On rajoute maintenant un correcteur à avance de phase au système. Sur le document réponse DR6 est représentée la FTBO du système non corrigé (en bleu) et corrigé (en rouge).

Question 65 : Représenter sur le document réponse DR6 les diagrammes asymptotiques de Bode de la FTBO corrigée.

Question 66 : Préciser les marges de gain de la FTBO non corrigée puis corrigée.

Question 67 : Représenter sur le document réponse DR6 les marges de phase de la FTBO non corrigée M_φ^0 et corrigée M'_φ .

Question 68 : Estimer les valeurs M_φ^0 et M'_φ .

Question 69 : Le correcteur a été réglé pour conserver la bande passante de la FTBO. Vérifier alors que l'on retrouve bien les paramètres α , τ et K_p du correcteur $C(p)$.

Question 70 : Expliquer dans quelle mesure la variation de gain en basse fréquence due à l'ajout du correcteur impacte la précision du système en réponse à un échelon.

Question 71 : Commenter l'effet de l'ajout de ce correcteur sur la stabilité et la rapidité du système.

On liste sur la figure 38 ci-dessous la provenance de décalages de mesure potentiels entre la position réelle du piston de commande de taux de compression et ce que renvoie le capteur à effet Hall.

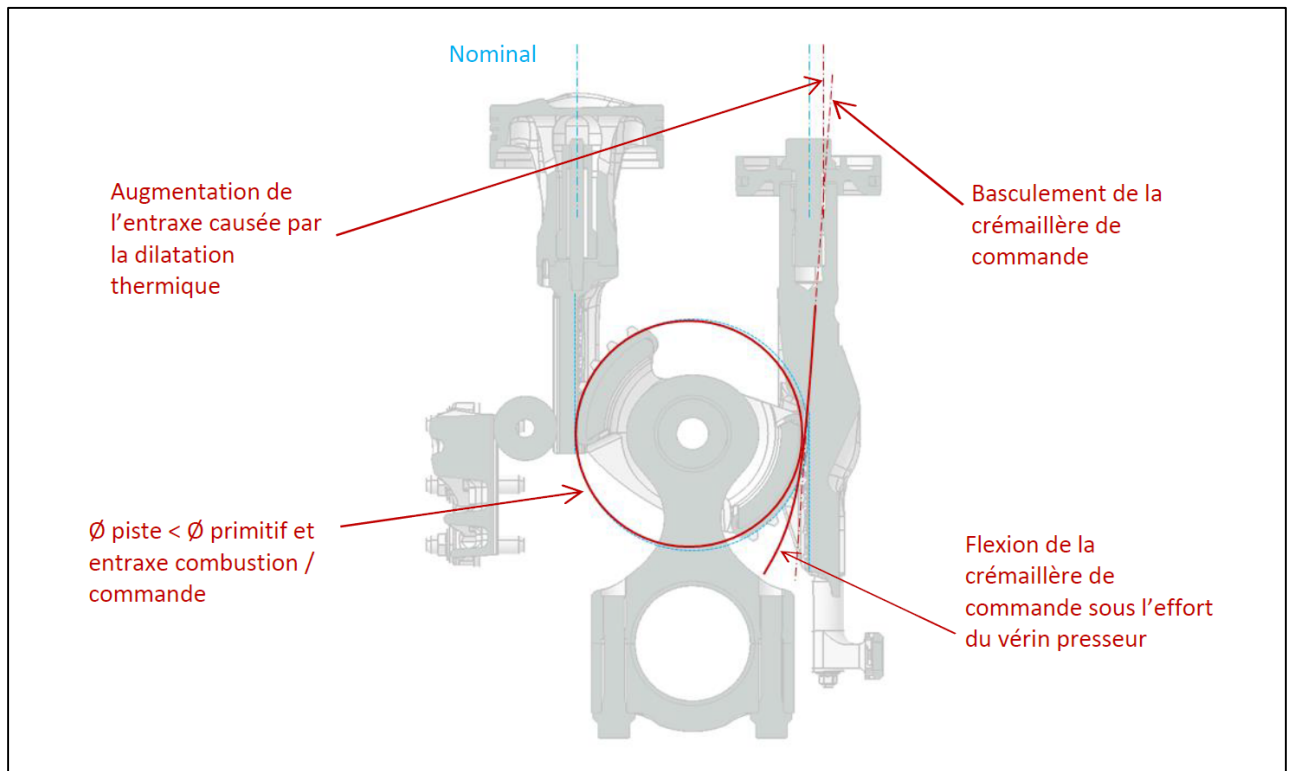


Figure 38 : Quelques sources potentielles de décalage de mesure du capteur à effet Hall

Question 72 : Expliquer pourquoi la flexion de la crémaillère de commande sous l'effort du vérin presseur est néfaste à la bonne commande du taux de compression.

Question 73 : A taux de compression fixé, décrire ce qu'il va se passer durant un cycle entier du point de vue de la partie commande si cette flexion n'est plus négligeable.

Question 74 : Proposer une solution qui permettrait de lisser le signal provenant du capteur à effet Hall.

- Fin de l'énoncé -